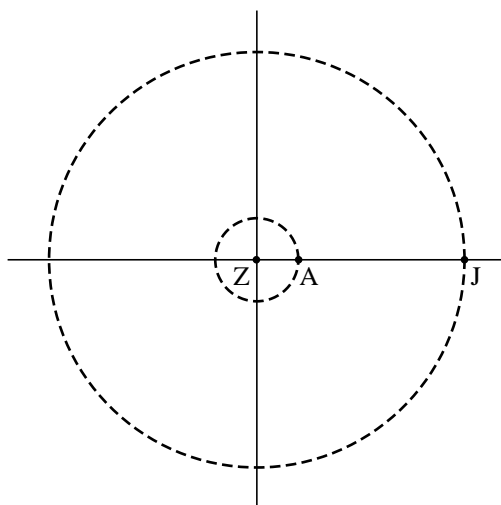


Jupiter en Aarde

De planeten Jupiter en Aarde draaien om de zon. In deze opgave doen we de werkelijkheid enigszins geweld aan met de volgende vereenvoudigingen:

- de banen van Jupiter en Aarde zijn cirkelvormig
- de banen liggen in één vlak
- Jupiter en Aarde hebben constante snelheid
- Jupiter en Aarde zijn puntvormig
- de omlooptijd van Aarde is 1 jaar
- de omlooptijd van Jupiter is 12 jaar
- de afstand Jupiter-Zon is 5 keer zo groot als de afstand Aarde-Zon

figuur 1



We kiezen een assenstelsel in het vlak waar Jupiter en Aarde zich bewegen met Zon in de oorsprong en als lengte-eenheid de astronomische eenheid (AE); dat is de afstand Aarde-Zon. Eén AE is 150 miljoen km.

Aarde heeft in dit model de bewegingsvergelijkingen: $x_A = \cos 2\pi t$, $y_A = \sin 2\pi t$.

De bewegingsvergelijkingen van Jupiter zijn: $x_J = 5 \cos \frac{1}{6} \pi t$, $y_J = 5 \sin \frac{1}{6} \pi t$.

Hierbij is t de tijd in jaren.

In figuur 1 staat een schets van de situatie op tijdstip $t = 0$.

- 3p **16** Bereken de snelheid van Aarde in km/uur. Neem voor een jaar 365 dagen.

De onderlinge afstand tussen Jupiter en Aarde op tijdstip t is gelijk aan

$$\sqrt{26 - 10 \cos\left(\frac{11}{6} \pi t\right)} \text{ AE.}$$

- 3p **17** Bereken het eerste tijdstip na $t = 0$ waarop de onderlinge afstand tussen Jupiter en Aarde gelijk is aan 5 AE.
- 5p **18** Bereken op algebraïsche wijze met welke snelheid de afstand tussen Aarde en Jupiter verandert op tijdstip $t = 3$. Geef je antwoord in AE/jaar, afgerond op twee decimalen.

Op tijdstip $t = 0$ staan Zon, Aarde en Jupiter op één lijn, met Aarde tussen Zon en Jupiter in. Zie figuur 1. Er zijn meer tijdstippen waarop dit zo is.

- 5p **19** Bereken het eerstvolgende tijdstip na $t = 0$ waarop dit het geval is.