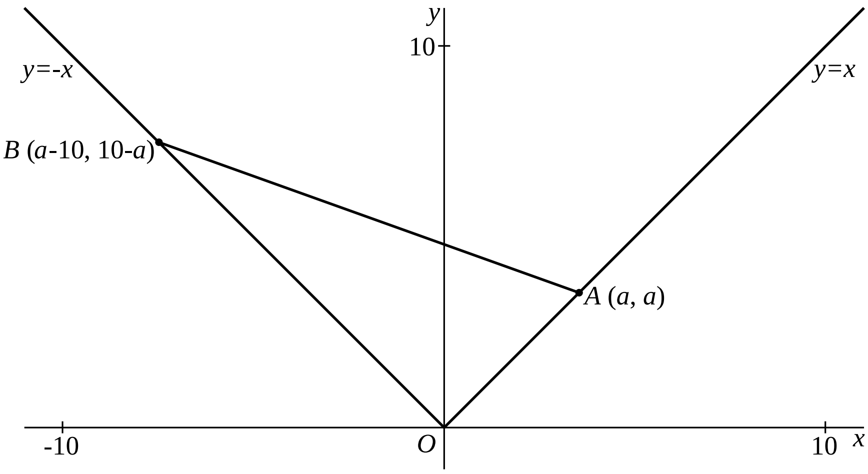
Een parabool?

Voor elk getal a met $0 \leq a \leq 10$ zijn gegeven:
het punt $A(a, a)$ op de lijn $y = x$ en het punt $B(a-10, 10-a)$ op de lijn $y = -x$.
Zie figuur 1.

figuur 1

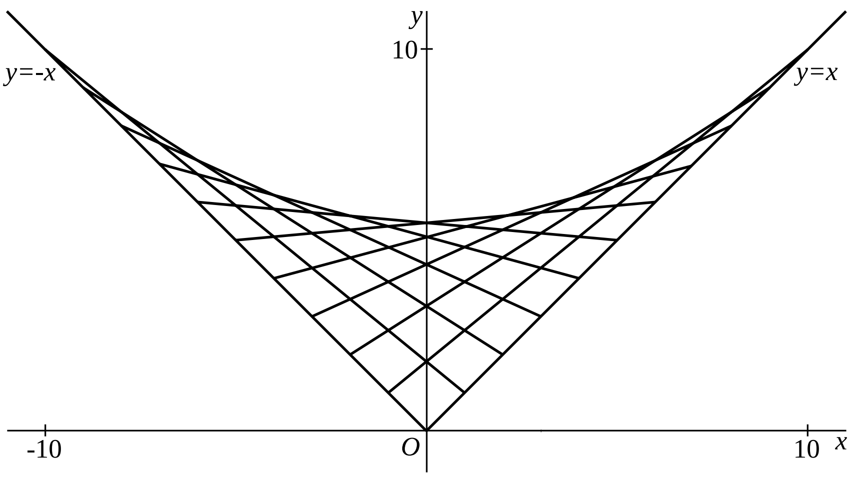


Voor de lijn AB geldt de formule $y = (\frac{1}{5}a - 1)x - \frac{1}{5}a^2 + 2a$.

4p **12** Toon aan dat deze formule juist is voor $a = 4$.

Voor elke waarde van a tussen 0 en 10 heeft het lijnstuk AB een snijpunt met de y-as. Zie figuur 2.

figuur 2

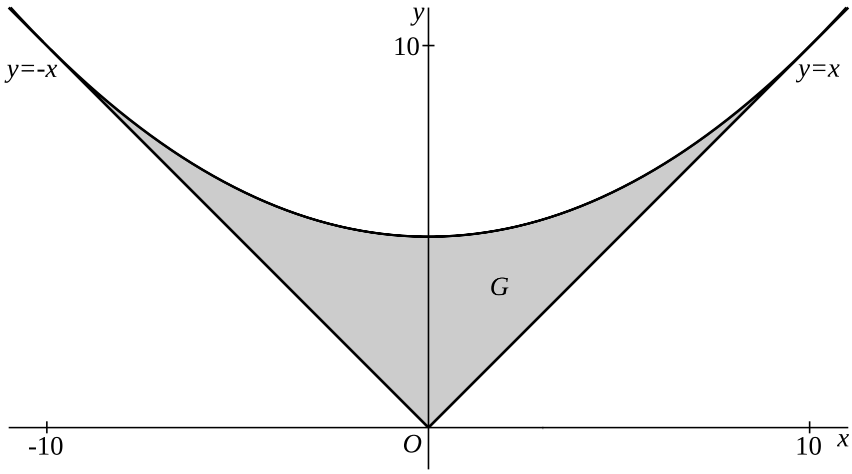


De grootste waarde die de y-coördinaat van zo'n snijpunt aanneemt is 5.

4p **13** Toon dit langs algebraïsche weg aan.

Als je alle verbindingslijnstukken AB tekent voor $0 \leq a \leq 10$, wordt een gebied G opgevuld. In figuur 3 is het gebied G grijs gemaakt.

figuur 3



Het lijkt alsof het gebied G aan de bovenkant begrensd wordt door een parabool. Als dit juist is, is dat de parabool die door de punten $(0, 5)$, $(10, 10)$ en $(-10, 10)$ gaat.

Een formule van die parabool is: $y = \frac{1}{20}x^2 + 5$.

4p **14** Toon dit laatste aan door uit te gaan van de formule $y = ax^2 + bx + c$ en de waarden van a, b en c te berekenen.

$(4, 5\frac{4}{5})$ is een punt van de parabool $y = \frac{1}{20}x^2 + 5$.

Als het gebied G aan de bovenkant begrensd wordt door deze parabool, is de raaklijn aan de parabool in $(4, 5\frac{4}{5})$ een van de lijnen AB.

6p **15** Onderzoek of de raaklijn aan de parabool in $(4, 5\frac{4}{5})$ een van de lijnen AB is.