Logaritmen en vierde macht

16. De lengte van AB, die ik L zal noemen, is gelijk aan f − g, oftewel:

$$L = 4 \cdot \ln x - (\ln x)^4$$

Als je wilt weten voor welke x deze lengte maximaal is, moet je kijken voor welke x de afgeleide van L gelijk is aan nul. Je rekent eerst L0 uit. Hierbij moet je bij de tweede term de kettingregel toepassen.

$$L' = \frac{4}{x} - 4(\ln x)^3 \cdot \frac{1}{x}$$

Hier is de factor $\frac{1}{x}$ in de tweede term veroorzaakt door de kettingregel.

Nu moet je de vergelijking $L' = 0$ oplossen.

$$\frac{4}{x} - 4(\ln x)^3 \cdot \frac{1}{x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{4}{x}(1 - (\ln x)^3) = 0$$

$$\frac{4}{x} = 0 \quad \vee \quad 1 - (\ln x)^3 = 0$$

De eerste mogelijkheid heeft geen oplossing, dus de enige mogelijkheid is

$$1 - (\ln x)^3 = 0.$$

$$(\ln x)^3 = 1 \qquad \ln x = 1 \qquad x = e^1 = e$$

L is dus maximaal als x = e. De lengte die hierbij hoort is:

$$L(e) = 4 \cdot \ln e - (\ln e)^4 = 4 \cdot 1 - 1^4 = 3$$