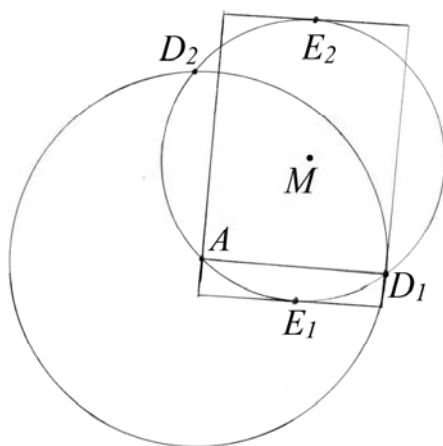


Aan een cirkel rakende rechthoeken

- 9 Eerst kijk je aan welke eisen de rechthoek moet voldoen. Zijde AD moet lengte 4 hebben, punt D moet op de cirkel liggen en zijde BC moet de cirkel raken. Je begint met de eis die het makkelijkst is. Het liefst moet deze eis direct in te tekenen zijn. Zo moet je bijvoorbeeld niet beginnen met de eis dat zijde BC de cirkel moet raken, want je weet nog helemaal niet waar ergens BC de cirkel zal raken. Je kunt het beste beginnen punt D in te tekenen. Je weet dat punt D op de cirkel moet liggen, en dat het punt 4 cm verwijderd moet zijn van A. Voor deze laatste eis kun je het best een cirkel met straal 4 cm tekenen met als middelpunt punt A. De snijpunten met de cirkel die er al stond zijn dan de twee mogelijkheden voor punt D. Ik ga nu verder met een van de mogelijkheden voor D die ik heb gevonden. Op je examen moet je ze natuurlijk wel allebei doen, maar voor de overzichtelijkheid van het plaatje heb ik ervoor gekozen om er maar één te doen. Wat je doet met je gevonden punt D is dat je zijde AD tekent. Vervolgens kun je 2 rechthoeken tekenen met die zijde. Deze staan getekend in onderstaande figuur.



Je ziet dat ik voor één punt D twee rechthoeken, en dus ook 2 punten E kan tekenen. Nu moet je voor het andere punt hetzelfde doen. Wat je dan krijgt is gewoon dezelfde figuur, maar dan gespiegeld in de lijn AM. Je vindt op deze manier dus 4 punten E, zoals gevraagd in de opgave.

- 10 Bij bewijsopgaven kun je het beste beginnen door de eigenschappen van objecten waar de opgave over gaat op te schrijven. In dit geval de parabool. Een belangrijke eigenschap van een parabool is dat voor een punt op de parabool de afstand tot het brandpunt en de afstand tot de richtlijn gelijk zijn. Nu je dit hebt opgeschreven is het meestal handig om bij de oplossing te beginnen. Je neemt aan dat de stelling waar is, en werkt daarvandaan terug naar het begin. Helaas echter is dit hier een geval waar dit niet echt goed werkt. Je moet namelijk aantonen dat iets een rechte hoek is, en een rechte hoek heeft nogal wat eigenschappen. Als je bijvoorbeeld een koordenvierhoek zou moeten aantonen, zoals in opgave 17, had je maar één bruikbare eigenschap, en kon je dus eenvoudig terugredeneren. Hier zijn er echter een heleboel manieren waarop je terug zou kunnen redeneren, en je hebt geen garantie dat je de manier kiest die tot de oplossing leidt. In dit geval kun je het beste uitgaan van wat je weet, en van daar naar de oplossing redeneren. In dit geval kun je de parabool direct gebruiken. Punt N ligt op de parabool. Aangezien NC loodrecht op de richtlijn BC staat is de lengte van NC gelijk aan de afstand van punt N tot de richtlijn, en deze afstand moet ook gelijk zijn aan de afstand tot het brandpunt. Je hebt dus nu $MN = NC$. Nu kun je een cirkel tekenen door D, M en C met middelpunt N. Vervolgens geldt vanwege de stelling van Thales dat $\angle DM C$ recht moet zijn, omdat CD de middellijn van de cirkel is. Nu komt het idee dat je een cirkel moet tekenen met middelpunt N misschien een beetje uit de lucht vallen, en dit is ook zo. Het vergt redelijk wat inzicht om in een keer te zien dat dit de stap is die leidt tot de oplossing.

De redenering erachter is het feit dat een van de stellingen die te maken hebben met rechte hoeken de stelling van Thales is, en dat je hiervoor een cirkel nodig hebt. Nu is de kans aanwezig dat je dit inzicht niet krijgt tijdens je examen. Dan loont het vaak om de objecten te bekijken die je hebt gekregen door de ontdekking dat $MN = NC$. Je ziet dan dat je twee gelijkbenige driehoeken hebt gekregen: $\triangle MNC$ en $\triangle DMN$. Je hebt ook een gestrekte hoek, namelijk $\angle CND$, en je hebt een driehoek $\triangle DMC$, waarvan je weet dat de hoekensom 180° is. Als je vervolgens een beetje speelt met de hoeken, en gaat kijken welke relaties de hoeken tot elkaar hebben, kom je ook tot de oplossing. Het duurt wel langer dan met de stelling van Thales.

Nu je de oplossing hebt, moet je deze nog netjes opschrijven. In tegenstelling tot de bewijzen die ik bij opgaven 17 en 18 heb gegeven, hoeft er hier weinig aan te gebeuren. De argumenten staan in de goede volgorde, namelijk van wat je weet tot wat je wilt bewijzen, en niet andersom. Ook is het bewijs volledig. De stellingen die ik gebruik zijn aangegeven, en er is aangegeven waarom de stellingen in deze gevallen van toepassing zijn. Vaak is dit voldoende. Alles wat je van een stap hoeft op te schrijven is welke stelling dat je gebruikt, dat aan de voorwaarden van de stelling is voldaan, en de conclusie die van toepassing is.