Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Snijden met een hoogtelijn

1 maximumscore 4

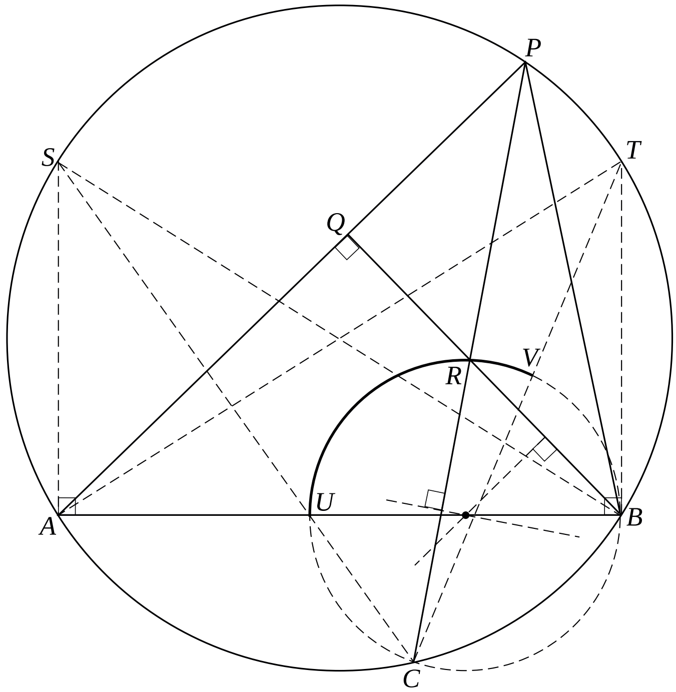
- $\angle BRC = \angle PRQ$; *overstaande hoeken* 1
- $\angle PRQ = 90° - \angle QPR$; *hoekensom driehoek* 1
- Boog AC is constant, dus $\angle APC$ is constant; *constante hoek* 1
- $\angle QPR\ (= \angle APC)$ is constant, dus $\angle BRC$ is constant 1

of

- De bogen CB en AB zijn constant, dus $\angle CPB$ en $\angle APB$ zijn constant; *constante hoek* 2
- $\angle PBQ = 90° - \angle QPB$ $(= 90° - \angle APB)$, dus $\angle PBQ$ is constant; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle BRC = \angle PBQ + \angle CPB$ is dus ook constant; *buitenhoek driehoek* 1

Vraag	Antwoord	Scores

2 maximumscore 5



- $\angle BRC$ is constant, dus de baan van R is een cirkelboog; (*constante hoek*) 1
- Het tekenen van de cirkel door B, C en R, met toelichting (bijvoorbeeld door het middelpunt met behulp van de middelloodlijnen van BR en CR te tekenen) 2
- Driehoek ABP mag niet stomphoekig zijn, dus P doorloopt de kortste cirkelboog ST, met S en T de snijpunten met de cirkel van de loodlijnen in A en in B op de lijn AB (zie tekening) 1
- Het tekenen van de punten U en V en het aangeven van de gevraagde cirkelboog UV 1

Opmerkingen
Als, bijvoorbeeld op grond van een aantal geconstrueerde punten, een baan is getekend die lijkt op een cirkelboog, maar niet is vermeld dat de baan van R een cirkelboog is, maximaal 3 scorepunten toekennen.
Als alleen de twee eindpunten zijn getekend, maximaal 1 scorepunt toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

De leercurve

3 maximumscore 4

- $\frac{85}{100} = \frac{T_1 \cdot (2n)^{-a}}{T_1 \cdot n^{-a}}$ — 1
- Herleiden tot $0,85 = 2^{-a}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $a \approx 0,23$ — 1

of

- Kiezen van een waarde voor T_1 en n, bijvoorbeeld $T_1 = 20$ en $n = 2$ — 1
- $\frac{85}{100} = \frac{20 \cdot 4^{-a}}{20 \cdot 2^{-a}}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $a \approx 0,23$ — 1

of

- $n = 2$ invullen in de formule van Wright geeft $T_2 = T_1 \cdot 2^{-a}$, dus $\frac{T_2}{T_1} = 2^{-a}$ — 1
- Opgelost moet worden $0,85 = 2^{-a}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $a \approx 0,23$ — 1

4 maximumscore 4

- Berekend moet worden wat de kleinste gehele waarde van n is waarvoor geldt $40 \cdot n^{-0,328} < 20 \cdot n^{-0,152}$ — 2
- Beschrijven hoe deze waarde berekend kan worden — 1
- Het antwoord: bij de 52e keer uitvoeren — 1

5 maximumscore 4

- $T_1 + T_2 + T_3 + ... + T_{100} \approx \int_{0,5}^{100,5} 20 \cdot x^{-0,152} \mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $20 \cdot x^{-0,152}$ is $\frac{20}{0,848} \cdot x^{0,848}$ — 1
- De oppervlakte is ongeveer $(\frac{20}{0,848} \cdot 100,5^{0,848} - \frac{20}{0,848} \cdot 0,5^{0,848} \approx) 1163$ — 1
- Dus de gemiddelde tijdsduur is $\frac{1163}{100} \approx 12$ (seconden) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een exponentiële functie

6 **maximumscore 4**

- Voor de x-coördinaat van A geldt $f'(x) = 0$ — 1
- $f'(x) = \dfrac{8 \cdot e^x - 8x \cdot e^x}{(e^x)^2}$ — 2
- Oplossen van $f'(x) = 0$ geeft $x = 1$ (dus de x-coördinaat van A is 1) — 1

7 **maximumscore 4**

- Onderzocht moet worden hoe ver de snijpunten van de lijn $y = 2$ met de grafiek van f uit elkaar liggen — 1
- Beschrijven hoe de oplossingen van de vergelijking $f(x) = 2$ berekend kunnen worden — 1
- De oplossingen zijn $x \approx 0,4$ en $x \approx 2,2$ — 1
- Het verschil tussen deze twee waarden van x is kleiner dan 2, dus het past niet — 1

of

- $f(a) = f(a+2)$ geeft $\dfrac{8a}{e^a} = \dfrac{8(a+2)}{e^{a+2}}$ — 1
- Beschrijven hoe de oplossing van deze vergelijking berekend kan worden — 1
- $a \approx 0,313$ — 1
- $f(0,313) \approx 1,8 < 2$, dus het past niet — 1

Vraag	Antwoord	Scores

8 **maximumscore 5**

- $f(x) = g_n(x)$ geeft $\frac{8x}{e^x} = \frac{8nx}{e^{nx}}$ 1
- Dit geeft $8x \cdot e^{nx} = 8nx \cdot e^x$ 1
- Dus $e^{(n-1)x} = n$ (of $x = 0$) 2
- Dit geeft (voor $n > 0$) $(n-1)x = \ln n$, dus (voor $n > 0$ en $n \neq 1$) $x = \frac{1}{n-1} \ln n$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) 1

of

- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $g_n(\frac{1}{n-1} \ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\frac{n}{n-1} \cdot \ln n}}$ 1
- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $f(\frac{1}{n-1} \ln n) = \frac{8 \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\frac{1}{n-1} \ln n}}$ 1
- Hieruit volgt $f(\frac{1}{n-1} \ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{n \cdot e^{\frac{1}{n-1} \ln n}}$ 1
- Dit geeft $f(\frac{1}{n-1} \ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\ln n} \cdot e^{\frac{1}{n-1} \ln n}} = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\ln n + \frac{1}{n-1} \ln n}}$ 1
- Dus $f(\frac{1}{n-1} \ln n) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{(1+\frac{1}{n-1}) \ln n}} = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\frac{n}{n-1} \ln n}}$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) 1

9 **maximumscore 4**

- De rechtergrens van het gebied is gelijk aan $x_{snijpunt} = \frac{1}{2} \ln 3$ (of 0,549) 1
- De gevraagde oppervlakte is $\int_0^{\frac{1}{2}\ln 3} (g_3(x) - f(x))\,dx = \int_0^{\frac{1}{2}\ln 3} \left(\frac{24x}{e^{3x}} - \frac{8x}{e^x}\right) dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal berekend kan worden 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,46 1

Vraag	Antwoord	Scores

Wortelfuncties

10 maximumscore 8

- $12+6\sqrt{x-12}=x$ geeft $6\sqrt{x-12}=x-12$ — 1
- Hieruit volgt $36(x-12)=(x-12)^2$ — 1
- Dus $x-12=0$ of $x-12=36$ — 1
- De x-coördinaten van de snijpunten zijn 12 en 48 — 1
- De oppervlakte van het vlakdeel is $\int_{12}^{48}(12+6\sqrt{x-12}-x)\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $12+6\sqrt{x-12}-x$ is $12x+4(x-12)\sqrt{x-12}-\frac{1}{2}x^2$ (of een minder ver uitgewerkte vorm) — 2
- De oppervlakte is 216 — 1

11 maximumscore 6

- $f_n(n+9)=n+18$, dus $(n+9,\ n+18)$ ligt op de grafiek van f_n — 1
- $(n+9,\ n+18)$ ligt ook op lijn k (want $n+18=(n+9)+9$) — 1
- $f_n'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x-n}}$ — 2
- $f_n'(n+9)=\dfrac{3}{\sqrt{n+9-n}}=1$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van k is ook 1 (dus de grafiek van f_n raakt lijn k in het punt met x-coördinaat $n+9$) — 1

of

- $f_n'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x-n}}$ — 2
- De richtingscoëfficiënt van k is 1, dus de raaklijn in een punt van de grafiek van f heeft dezelfde richting als k als voor de x-coördinaat van dat punt geldt $f_n'(x)=1$ ofwel $\dfrac{3}{\sqrt{x-n}}=1$ — 1
- $\dfrac{3}{\sqrt{x-n}}=1$ oplossen geeft $x=n+9$ — 1
- $f_n(n+9)=n+18$, dus $(n+9,\ n+18)$ is het punt van de grafiek van f_n waarin de raaklijn dezelfde richting heeft als k — 1
- $(n+9,\ n+18)$ ligt ook op lijn k (want $n+18=(n+9)+9$) (dus de grafiek van f_n raakt lijn k in het punt met x-coördinaat $n+9$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

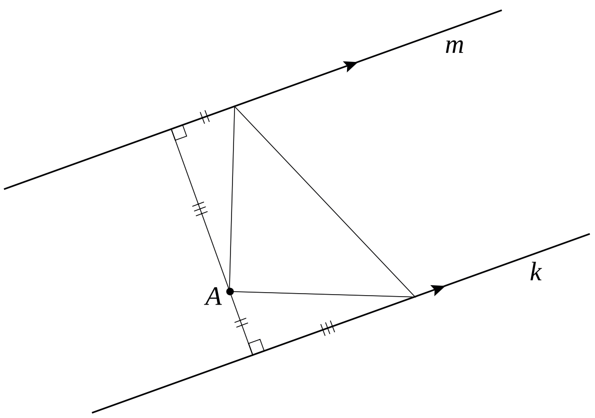
Zoek de geodriehoek

12 **maximumscore 4**

- $\angle PSQ = 90°$, dus $\angle PQS = 90° - \angle SPQ$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle RPQ = 90°$, dus $\angle RPT = 180° - 90° - \angle SPQ = 90° - \angle SPQ$; *gestrekte hoek* 1
- Dus $\angle PQS = \angle RPT$ 1
- Verder $PQ = RP$ en $\angle PSQ = \angle RTP$, dus $\Delta PQS \cong \Delta RPT$; *ZHH* 1

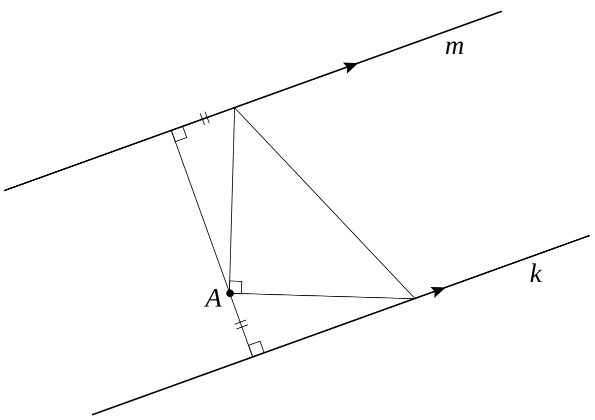
13 **maximumscore 3**

- Met de afstanden van A tot de beide lijnen congruente driehoeken tekenen zoals in de onderstaande tekening 2
- De rest van de tekening 1



of

- Gelijke lijnstukken tekenen zoals in de onderstaande tekening 1
- Het tekenen van de rechte hoek bij A 1
- De rest van de tekening 1



Opmerking
Als niet een manier is gevolgd die gebruik maakt van de beschreven congruente driehoeken, dan voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

Gebroken functie

14 maximumscore 5

- $f_a'(x) = a - \dfrac{1}{x^2}$ 1
- $a - \dfrac{1}{x^2} = 0$ geeft de (positieve) oplossing $x = \sqrt{\dfrac{1}{a}}$ (dus de x-coördinaat van de top is $\sqrt{\dfrac{1}{a}}$ $(= \dfrac{1}{\sqrt{a}})$) 1
- De y-coördinaat van de top is $a \cdot \sqrt{\dfrac{1}{a}} + \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a}}}$ $(= \sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a})$ 1
- $\sqrt{\dfrac{1}{a}} \cdot \left(a \cdot \sqrt{\dfrac{1}{a}} + \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a}}} \right) = a \cdot \dfrac{1}{a} + 1 = 2$, dus $c = 2$ (en de toppen liggen op de hyperbool $xy = 2$) 2

of

- $f_a'(x) = a - \dfrac{1}{x^2}$ 1
- $a - \dfrac{1}{{x_{top}}^2} = 0$ geeft $a = \dfrac{1}{{x_{top}}^2}$ 1
- Invullen in $y_{top} = a \cdot x_{top} + \dfrac{1}{x_{top}}$ geeft $y_{top} = \dfrac{1}{x_{top}} + \dfrac{1}{x_{top}} = \dfrac{2}{x_{top}}$ 1
- Hieruit volgt $x_{top} \cdot y_{top} = 2$, dus $c = 2$ (en de toppen liggen op de hyperbool $xy = 2$) 2

Vraag	Antwoord	Scores

Rechthoeken bij een kwartcirkel

15 maximumscore 5

- $V(t) = \frac{1}{2}\sin t \cdot (1+\cos t)$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- $W(t) = \frac{1}{2}\sin t \cdot (1-\cos t)$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- $V(t) = 3 \cdot W(t)$ als $1+\cos t = 3 - 3\cos t$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- Dus $\cos t = \frac{1}{2}$ (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- Het antwoord: $t = \frac{1}{3}\pi$ 1

16 maximumscore 4

- Aangetoond moet worden dat $\frac{\frac{1}{2}(1+\cos t)}{\sin t} = \frac{\frac{1}{2}\sin t}{1-\cos t}$ (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) 1
- Dit is (voor $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) gelijkwaardig met $(1+\cos t)(1-\cos t) = \sin^2 t$ 1
- Dit is gelijkwaardig met $1-\cos^2 t = \sin^2 t$ 1
- Dit is waar voor elke waarde van t (omdat $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$) 1

Vraag	Antwoord	Scores

17 **maximumscore 7**

- $\dfrac{ON}{OQ}=\dfrac{RA}{RS}$ geeft $\dfrac{\frac{1}{2}(1+\cos t)}{\sin t}=\dfrac{1-\cos t}{\frac{1}{2}\sin t}$ — 1
- Hieruit volgt $1+\cos t=4(1-\cos t)$ — 2
- Dus $\cos t=\frac{3}{5}$ — 2
- De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$ — 2

of

- Beide rechthoeken zijn vierkant als $\sin t=\frac{1}{2}(1+\cos t)$ en $\frac{1}{2}\sin t=1-\cos t$ — 2
- Hieruit kan $\sin t$ berekend worden door $\cos t$ te elimineren (of: hieruit kan $\cos t$ berekend worden door $\sin t$ te elimineren) — 1
- Elimineren van $\cos t$ geeft $\sin t=\frac{4}{5}$ (of: elimineren van $\sin t$ geeft $\cos t=\frac{3}{5}$) — 2
- De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$ — 2

of

- Rechthoek *ATSR* is vierkant als $\frac{1}{2}\sin t=1-\cos t$ — 1
- Hieruit volgt (voor $0<t<\frac{1}{2}\pi$): $\frac{1}{2}\sqrt{1-\cos^2 t}=1-\cos t$ — 1
- Kwadrateren en uitwerken geeft $5\cos^2 t-8\cos t+3=0$ — 2
- Dus $\cos t=\frac{3}{5}$ (want $\cos t=1$ vervalt vanwege $0<t<\frac{1}{2}\pi$) — 1
- De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$ — 2

of

- Rechthoek *ONPQ* is vierkant als $\sin t=\frac{1}{2}(1+\cos t)$ — 1
- Hieruit volgt (voor $0<t<\frac{1}{2}\pi$): $2\sin t-1=\sqrt{1-\sin^2 t}$ — 2
- Kwadrateren en uitwerken geeft $5\sin^2 t-4\sin t=0$ — 1
- Dus $\sin t=\frac{4}{5}$ (want $\sin t=0$ vervalt vanwege $0<t<\frac{1}{2}\pi$) — 1
- De zijde van vierkant *ONPQ* is $\frac{4}{5}$ en de zijde van vierkant *ATSR* is $\frac{2}{5}$ — 2