

Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Gelijke oppervlakten

1 maximumscore 4

- $4x - x^2 = ax$ 1
 - $4 - x = a$ (of $x = 0$) 1
 - $x = 4 - a$ 1
 - $y = a(4 - a) = 4a - a^2$ 1
- of
- $(4 - a, 4a - a^2)$ ligt op de lijn $y = ax$, want $4a - a^2 = a(4 - a)$ 1
 - Aangetoond moet worden dat ook $4a - a^2 = 4(4 - a) - (4 - a)^2$ 1
 - $4(4 - a) - (4 - a)^2$ herleiden tot $4a - a^2$ 2

2 maximumscore 6

- De oppervlakte van het deel van V boven de lijn OA is

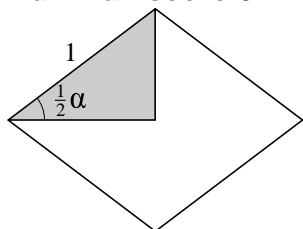
$$\int_0^{4-a} (4x - x^2 - ax) dx$$
 1
 - Een primitieve van $4x - x^2 - ax$ is $2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$ 2
 - $\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2\right]_0^{4-a} = 2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ 1
 - $2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ herleiden tot $\frac{1}{6}(4-a)^3$ 2
- of
- De oppervlakte van het deel van V boven de lijn OA is

$$\int_0^{4-a} (4x - x^2) dx - \frac{1}{2} \cdot (4-a) \cdot (4a - a^2)$$
 1
 - Een primitieve van $4x - x^2$ is $2x^2 - \frac{1}{3}x^3$ 1
 - $\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^{4-a} = 2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3$ 1
 - $\frac{1}{2} \cdot (4-a) \cdot (4a - a^2) = \frac{1}{2} \cdot (4-a) \cdot a \cdot (4-a) = \frac{1}{2}a(4-a)^2$ 1
 - $2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ herleiden tot $\frac{1}{6}(4-a)^3$ 2

Vraag	Antwoord	Scores
3	maximumscore 5	
	• De oppervlakte van V is $\frac{1}{6}(4-0)^3 = \frac{32}{3}$	2
	• $\frac{1}{6}(4-a)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3}$	1
	• $(4-a)^3 = 32$	1
	• $a = 4 - \sqrt[3]{32}$	1
	of	
	• De oppervlakte van V is $\int_0^4 (4x - x^2) dx = \left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^4$	1
	• De oppervlakte van V is $\frac{32}{3}$	1
	• $\frac{1}{6}(4-a)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3}$	1
	• $(4-a)^3 = 32$	1
	• $a = 4 - \sqrt[3]{32}$	1

Onderzetter

4 maximumscore 3



- Elke ruit bestaat uit vier rechthoekige driehoeken met hoek $\frac{1}{2}\alpha$ en schuine zijde 1 1
 - De rechthoekszijden van zo'n driehoek zijn $\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ en $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ 1
 - Hieruit afleiden dat $l = 10\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ en $b = 6\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ 1
- 5 maximumscore 4**
- Als $l = 8$ dan $\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{4}{5}$ 1
 - $\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + \cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = 1$ 1
 - Hieruit volgt (omdat $0 \leq \frac{1}{2}\alpha \leq \frac{1}{2}\pi$) $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{3}{5}$ 1
 - $b = 6 \cdot \frac{3}{5} = 3\frac{3}{5}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
6	maximumscore 5	
	• $b'(\alpha) = 3\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$	1
	• $l'(\alpha) = -5\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$	1
	• Opgelost moet worden $3\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = 5\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
	• De gevraagde waarde van α is 1,08	1
7	maximumscore 5	
	• OQ is de schuine zijde van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden $3\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ en $2\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$	2
	• $OQ^2 = (3\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right))^2 + (2\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right))^2$	1
	• $OQ^2 = 9\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 4\cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$	1
	• Dus $OQ = \sqrt{4\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 4\cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)} = \sqrt{4 + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$	1
8	maximumscore 4	
	• Er moet gelden: $OP = OQ$	1
	• Opgelost moet worden $5\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \sqrt{4 + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
	• De gevraagde waarde van α is 1,98	1

Opmerking

Als (ten onrechte) is uitgegaan van $l = b$ voor deze vraag geen punten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Aan een cirkel rakende rechthoeken

9 maximumscore 4

- De cirkel met middelpunt A en straal 4 cm snijdt c in twee punten; deze twee punten D tekenen 2
- De lijn door het midden van AD en M snijdt c in E ; de vier punten E tekenen 2

of

- De cirkel met middelpunt A en straal 4 cm snijdt c in twee punten; deze twee punten D tekenen 2
- De middelloodlijn van AD snijdt c in E ; de vier punten E tekenen 2

Opmerking

Als twee van de vier punten E gevonden zijn, maximaal 3 punten toekennen.

10 maximumscore 5

- N ligt op p en $\angle DCB = 90^\circ$, dus $NM = NC$; *parabool* 2
- $NM = NC$ en $NC = ND$, dus M ligt op de cirkel met middellijn CD ; (*cirkel*) 2
- Dus $\angle CMD = 90^\circ$; *Thales* 1

of

- N ligt op p en $\angle DCB = 90^\circ$, dus $NM = NC$; *parabool* 2
- $\angle NMC = \angle NCM = \alpha$; *gelijkbenige driehoek* 1
- $NM = NC$ en $NC = ND$, dus $NM = ND$ en hieruit volgt $\angle NMD = \angle NDM = \beta$; *gelijkbenige driehoek* 1
- In driehoek CDM geldt: $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$; *hoekensom driehoek*, dus $\angle CMD = \alpha + \beta = 90^\circ$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Condensatoren

11 maximumscore 3

- $\frac{dU}{dt} = \frac{12}{20} \cdot e^{-\frac{t}{20}}$ 2
- $t = 0$ invullen geeft $\frac{dU}{dt} = \frac{12}{20}$ (dus de snelheid is 0,6 volt/seconde) 1

12 maximumscore 6

- De limietspanning van de condensator is 12 (volt) 1
- Opgelost moet worden de vergelijking $12 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{20}}) = 0,90 \cdot 12$ 2
- Hieruit volgt $e^{-\frac{t}{20}} = 0,10$ 1
- $t = -20 \cdot \ln 0,10$ 1
- $t \approx 46$ (dus het duurt 46 seconden) 1

13 maximumscore 6

- Er moet gelden: $12 \cdot (1 - e^{-\frac{10}{2000C_s}}) \geq 10$ 1
- Beschrijven hoe deze ongelijkheid opgelost kan worden 1
- $C_s \leq 0,00279$ 1
- $C_s = \frac{1}{\frac{1}{0,01} \cdot n}$ 1
- Beschrijven hoe $\frac{1}{\frac{1}{0,01} \cdot n} \leq 0,00279$ opgelost kan worden 1
- Er zijn minimaal 4 condensatoren nodig 1
- of
- Een aanpak waarbij bij verschillende aantallen condensatoren de benodigde tijd wordt berekend 1
- Drie condensatoren in serie hebben een capaciteit van $\frac{1}{\frac{1}{0,01} \cdot 3} = \frac{1}{300}$ 1
- Oplossen van $12 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{2000 \cdot \frac{1}{300}}}) = 10$ geeft $t \approx 11,9$ 1
- Vier condensatoren in serie hebben een capaciteit van $\frac{1}{\frac{1}{0,01} \cdot 4} = \frac{1}{400}$ 1
- Oplossen van $12 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{2000 \cdot \frac{1}{400}}}) = 10$ geeft $t \approx 9,0$ 1
- Er zijn minimaal 4 condensatoren nodig 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een rechthoek in stukken

14 maximumscore 5

- Er moet gelden: $(3-p)\left(1-\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{2}$ 1
- Haakjes uitwerken geeft $3 - \frac{3}{p} - p + 1 = \frac{1}{2}$ 1
- Herleiden van deze vergelijking tot $p^2 - 3\frac{1}{2}p + 3 = 0$ 1
- $(p-2)(p-1\frac{1}{2}) = 0$, dus $p = 1\frac{1}{2}$ of $p = 2$
- (of: $p = \frac{3\frac{1}{2} \pm \sqrt{12\frac{1}{4} - 12}}{2}$ geeft $p = 1\frac{1}{2}$ of $p = 2$) 2

15 maximumscore 5

- De afgeleide van de som is $\frac{4}{3}\left(-1 + \frac{3}{p^2}\right)$ 2
- $\frac{4}{3}\left(-1 + \frac{3}{p^2}\right) = 0$ geeft $p^2 = 3$ 2
- De som is maximaal als $p = \sqrt{3}$ ($p = -\sqrt{3}$ voldoet niet) 1

Logaritmen en vierde macht

16 maximumscore 6

- $L(p) = f(p) - g(p) = 4 \cdot \ln p - (\ln p)^4$ (met $L(p)$ de lengte van AB) 1
 - $L'(p) = 4 \cdot \frac{1}{p} - 4(\ln p)^3 \cdot \frac{1}{p}$ 2
 - AB is maximaal als $L'(p) = 4 \cdot \frac{1}{p}(1 - (\ln p)^3) = 0$ 1
 - Dit geeft $\ln p = 1$ (dus $p = e$) 1
 - De maximale lengte is $4 \cdot 1 - 1^4 = 3$ 1
- of
- $f'(p) = 4 \cdot \frac{1}{p}$ 1
 - $g'(p) = 4(\ln p)^3 \cdot \frac{1}{p}$ 1
 - AB is maximaal als $f'(p) - g'(p) = 0$ 1
 - Dit geeft $4 \cdot \frac{1}{p} = 4(\ln p)^3 \cdot \frac{1}{p}$ 1
 - Hieruit volgt $\ln p = 1$ (dus $p = e$) 1
 - De maximale lengte is $4 \cdot 1 - 1^4 = 3$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een geodriehoek

17 maximumscore 4

- $AB = BC$ en $AB \perp BC$, dus $\angle ACB = 45^\circ$; *gelijkbenige rechthoekige driehoek* 1
- $\angle ACE = 180^\circ - \angle ACB = 135^\circ$; *gestrekte hoek* 1
- $\angle ACE + \angle ADE = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, dus $ACED$ is een koordenvierhoek; *koordenvierhoek* 2

18 maximumscore 4

- A, C, E en D liggen op een cirkel; *koordenvierhoek* 1
- $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$; *constante hoek*, dus driehoek AED is rechthoekig 1
- $\angle DAE = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle ADE = \angle DAE$, dus driehoek AED is gelijkbenig (en rechthoekig en is dus een geodriehoek); *gelijkbenige driehoek* 1