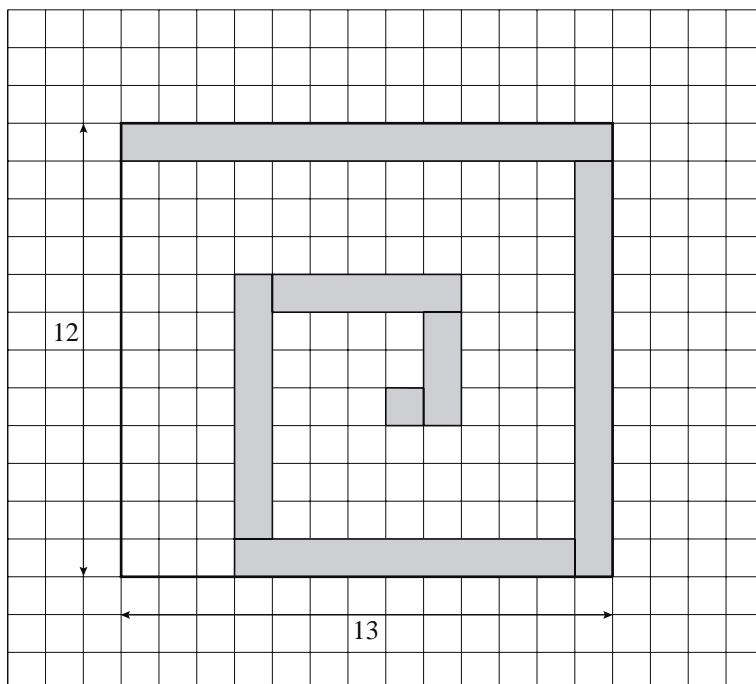


Een spiraal

In deze opgave bekijken we rechthoekige stroken van breedte 1 en oneven lengte: 1, 3, 5, ..., 99. Door deze stroken op een bepaalde manier aan elkaar te leggen, maken we een spiraal. In figuur 1 is het begin van de spiraal getekend, gelegd op een rooster, waarbij alleen de eerste zeven stroken zijn gelegd. De totale oppervlakte van deze zeven stroken is 49. Dit begin van de spiraal past precies in een rechthoek van 13 bij 12; die rechthoek is in figuur 1 dik getekend. Van deze rechthoek is $\frac{49}{156}$ deel bedekt door de spiraal.

figuur 1



Ook de volledige spiraal van de stroken van lengte 1, 3, 5, ..., 99 past precies in een rechthoek.

- 5p 1 Bereken welk deel van die rechthoek door de volledige spiraal bedekt wordt.

We kunnen op dezelfde manier een spiraal leggen met rechthoekige stroken van breedte 1 en even lengte: 2, 4, 6, 8, 10, ..., n . Hierbij is n een even getal. De spiraal van deze stroken past precies in een rechthoek van n bij $n-1$. De fractie van de rechthoek die door de spiraal bedekt wordt noemen we V . Voor even waarden van n geldt de volgende formule:

$$V = \frac{n+2}{4n-4}$$

Voor iedere even waarde van n is V groter dan $\frac{1}{4}$. Als voor n steeds grotere waarden worden genomen, komt de waarde van V steeds dichterbij $\frac{1}{4}$.

- 5p 2 Bereken langs algebraïsche weg de kleinste waarde van n waarvoor de waarde van V minder dan $\frac{1}{100}$ verschilt van $\frac{1}{4}$.