

## Een achtkromme

7. Horizontale raaklijn  $\rightarrow y = 1 \quad \vee \quad y = -1$   
 $y = \sin 2t = 1$   
 $2t = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$   
 $t = \frac{1}{4}\pi + k \cdot \pi$  op  $0 \leq t \leq 2\pi \rightarrow t = \frac{1}{4}\pi \quad t = \frac{1}{4}\pi + \pi$

Bij  $t = \frac{1}{4}\pi$  hoort het punt:  
 $x(\frac{1}{4}\pi) = 2 \cos(\frac{1}{4}\pi) = 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{2}$   
 $y(\frac{1}{4}\pi) = \sin(2 \cdot \frac{1}{4}\pi) = 1$  dus:  $(\sqrt{2}, 1)$

Maak gebruik van symmetrie.

oppervlakte = lengte  $\cdot$  breedte =  $2\sqrt{2} \cdot 2 = 4\sqrt{2} \approx 5,7$

8.  $\sin 2t = \frac{1}{2}$   
 $\sin 2t = \sin \frac{1}{6}\pi \rightarrow 2t = \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi \quad \vee \quad 2t = \pi - \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$   
 $t = \frac{1}{12}\pi + k \cdot \pi \quad \vee \quad t = \frac{5}{12}\pi + k \cdot \pi$

Op  $0 \leq t \leq \pi$

dus  $t = \frac{1}{12}\pi \quad \vee \quad t = \frac{5}{12}\pi$

Afstand tussen die punten =  $x(\frac{1}{12}\pi) - x(\frac{5}{12}\pi)$

Lengte =  $2 \cos(\frac{1}{12}\pi) - 2 \cos(\frac{5}{12}\pi) \approx 1,9319 - 0,5176 \approx 1,4$

9. De baanlengte op  $[0, 2\pi]$  is:

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$$

$x(t) = 2 \cos t \quad y(t) = \sin 2t$

$x'(t) = -2 \sin t \quad y'(t) = 2 \cos t$

Voor in de GR in:

$y_1 = -2 \sin x$

$y_2 = 2 \cos 2x$

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{(-2 \sin t)^2 + (2 \cos 2t)^2} dt$$

$L = \int_n^n \text{Int}(\sqrt{y_1^2 + y_2^2}, x, 0, 2\pi) \approx 12,2$