

Golvende muur

Op de foto zie je een gedeelte van een muur met een golvende bovenkant. In totaal zijn er zes golven. Elke golf begint en eindigt op een laagste punt. De afstand tussen die twee laagste punten noemen we de **lengte** van de golf. Elke golf is een factor 1,4 langer dan de vorige, maar de hoogte van de golven blijft gelijk.

foto



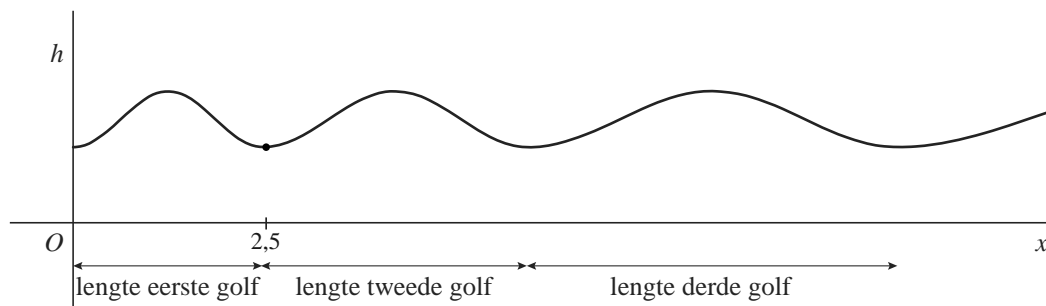
De zes golven zijn elk bij benadering te beschrijven met (een deel van) een sinusoïde. Voor de golvende muur loopt een weg. Deze weg loopt op de foto naar beneden, maar voor het wiskundige model gaan we ervan uit dat de weg horizontaal loopt. In het model begint elke golf op dezelfde hoogte als de eerste golf.

Voor de eerste golf kan men de volgende formule opstellen:

$$h = 1,37 + 0,37 \sin\left(\frac{2\pi}{2,5}(x - 0,625)\right)$$

Hierin is h de hoogte van de golf boven de grond in meters en x de horizontale afstand in meters vanaf het beginpunt van de eerste golf met $0 \leq x \leq 2,5$. Zie de figuur. In de figuur zijn ook de tweede, de derde en een deel van de vierde golf getekend.

figuur



- 2p 17 Bereken het hoogteverschil tussen het hoogste en het laagste punt van de eerste golf.

Omdat de lengte van een volgende golf steeds met een factor 1,4 vermenigvuldigd wordt, kan de lengte van de golven gegeven worden door een meetkundige rij met als directe formule:

$$L_n = 2,5 \cdot 1,4^{n-1}$$

Hierin is L_n de lengte in meters van de golf met rangnummer n . De eerste golf heeft het nummer $n = 1$.

De tweede golf is even hoog als de eerste.

- 5p **18** Stel een formule op voor de sinusoïde die de tweede golf beschrijft, waarin h de hoogte van de golf boven de grond is in meters en x de horizontale afstand in meters vanaf het beginpunt van de eerste golf.

- 3p **19** Bereken de lengte van de zes golven samen. Rond je antwoord af op gehele cm.

Als er niet zes, maar veel meer van dergelijke golven zijn, is het handig om een formule op te stellen voor de som van de lengtes van de golven. Omdat de lengtes van de golven een meetkundige rij vormen, kun je hiervoor gebruikmaken van de formule voor de som van de eerste n termen van een meetkundige rij:

$$S_n = \frac{\text{eerste term} \cdot (\text{factor}^n - 1)}{\text{factor} - 1}$$

Hiermee kan een formule worden opgesteld voor de lengte S_n van n golven samen.

Deze formule is vervolgens te herleiden tot de vorm:

$$S_n = a \cdot 1,4^n + b$$

- 4p **20** Voer deze herleiding uit en geef de waarden van a en b in deze formule in twee decimalen nauwkeurig.