Prille groei

Gemiddeld duurt een zwangerschap bij de mens 38 weken. Een ongeboren kind van 8 weken of ouder wordt een **foetus** genoemd.
In tabel 1 staat het (gemiddelde) lichaamsgewicht G in gram van een foetus bij een leeftijd van t weken.

tabel 1

Leeftijd t in weken	**Lichaamsgewicht G in gram**
8	4,7
10	21
15	160
20	480
25	990
30	1700
35	2700
38	3500

In deze opgave willen we onderzoeken welk model er bij tabel 1 zou kunnen passen.
Het eerste model dat we bekijken is dat van exponentiële groei:

$G = b \cdot a^t$ met a en b constanten.

Veronderstel dat de groei tussen week 8 en week 10 inderdaad exponentieel verloopt.

3p **9** Bereken met hoeveel procent **per week** het gewicht van de foetus dan toeneemt in die periode.

Exponentiële groei is echter geen goed model voor de groei van de foetus in de **gehele** periode van 8 tot 38 weken.

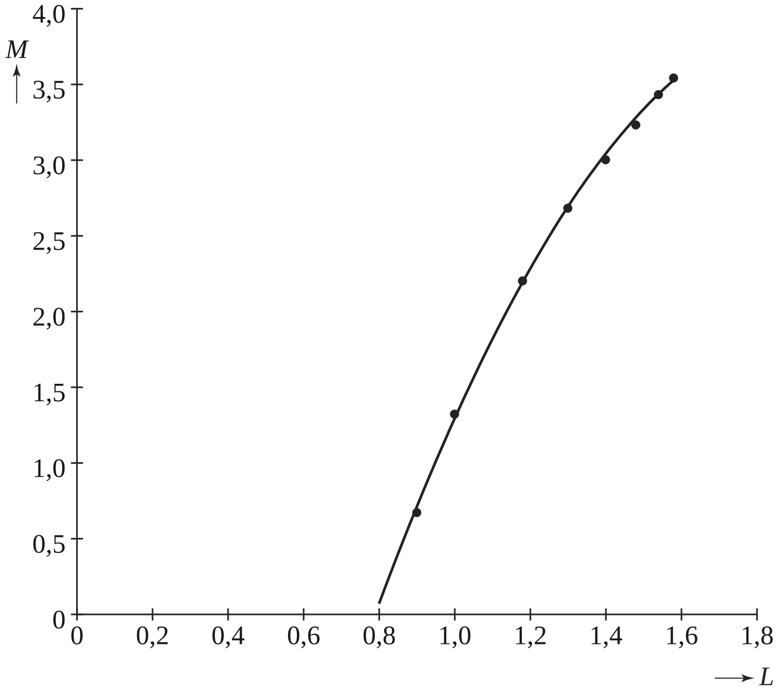
3p **10** Laat dat met een berekening zien.

Om een beter model voor de groei van de foetus te maken, berekenen we de logaritmes van de getallen in tabel 1.
We bekijken dus de waarden van $M = \log(G)$ ten opzichte van $L = \log(t)$.
Zie tabel 2 en de bijbehorende punten in figuur 1.

tabel 2

$L = \log(t)$	$M = \log(G)$
0,90	0,67
1,00	1,32
1,18	2,20
1,30	2,68
1,40	3,00
1,48	3,23
1,54	3,43
1,58	3,54

figuur 1



De punten in figuur 1 liggen bij benadering op een bergparabool. Deze parabool is in figuur 1 getekend. Bij deze parabool hoort de volgende formule:

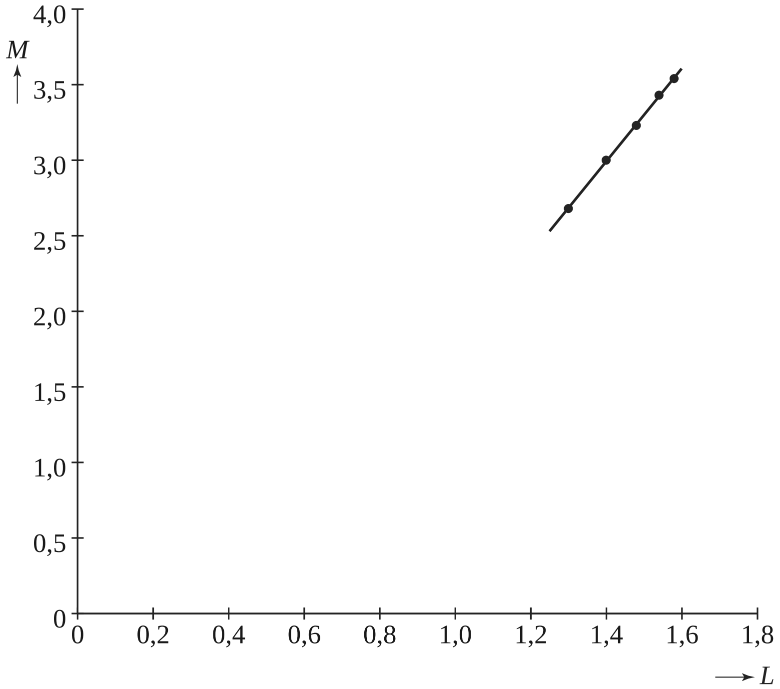
$$M = -7{,}131 + 11{,}305 \cdot L - 2{,}892 \cdot L^2$$

Als de parabool van figuur 1 de groei goed beschrijft, dan zou de grafiek moeten stijgen gedurende de hele zwangerschap.

4p **11** Bereken met behulp van de afgeleide functie M' de waarde van t waar de grafiek van M weer gaat dalen en leg uit dat dit voor het model geen bezwaar is.

Voor een foetus van 20 weken en ouder blijkt een rechte lijn nog beter bij de punten in figuur 1 te passen dan de parabool van zojuist. Deze lijn is in figuur 2 getekend.

figuur 2



De vergelijking van deze lijn is:

$$M = -1{,}314 + 3{,}075 \cdot L$$

Omdat geldt $M = \log(G)$ en $L = \log(t)$ is deze vergelijking te schrijven als

$$\log(G) = -1{,}314 + 3{,}075 \cdot \log(t) \quad \text{(formule 1)}$$

Deze formule 1 is te herschrijven tot formule 2:

$$G = 0{,}0485 \cdot t^{3{,}075} \quad \text{(formule 2)}$$

4p **12** Laat zien hoe je formule 1 kunt herleiden tot formule 2 of hoe je formule 2 kunt herleiden tot formule 1.