

WK 2010

Aan het wereldkampioenschap voetbal 2010 in Zuid-Afrika deden 32 landen mee. Ze speelden eerst een groepsfase. Hierin speelden de landen in 8 poules van 4 teams. In zo'n poule speelt ieder team één wedstrijd tegen elk ander team. De twee hoogst eindigende teams per poule gingen door naar de knock-outfase. Deze overgebleven teams speelden allemaal één wedstrijd tegen een ander team en de verliezer moest naar huis. De winnaars gingen door en speelden weer één wedstrijd tot er uiteindelijk nog twee teams over waren. Die speelden de finale. Er was ook nog een wedstrijd om de derde plaats, de troostfinale.

In eerdere edities van het WK waren er minder deelnemende teams. Zo waren er in 1974 in West-Duitsland maar 16 teams. Die speelden volgens hetzelfde schema: eerst in poules van 4 en de twee hoogst eindigende teams naar de knock-outfase.

Er werden in 1974 natuurlijk veel minder wedstrijden gespeeld dan in 2010.

- 5p **7** Ga met een berekening na of de verdubbeling van het aantal deelnemende teams ook geleid heeft tot een verdubbeling van het totaal aantal wedstrijden.

Alle WK's kenden een groepsfase met poules van 4 teams. Dat hoeft natuurlijk niet. Er zouden ook meer teams in een poule kunnen zitten. Dat leidt dan wel tot een groter aantal poulewedstrijden.

$W(n)$ is het aantal wedstrijden in een poule met n teams. Er geldt nu dat $W(n + 1) = W(n) + n$ waarbij $W(n + 1)$ het aantal wedstrijden in een poule met $n + 1$ teams is.

- 4p **8** Toon aan dat dit geldt.

Engelse sportstatistici hebben zich voor het toernooi van 2010 aan voorspellingen gewaagd. Zij keken voor de deelnemende landen naar het bruto binnenlands product per hoofd van de bevolking (bbp), de bevolkingsomvang (pop) en de wedstrijdervaring (erv). Dat leverde de volgende formule op:

$$GD(A, B) = 0,316 \cdot \log\left(\frac{pop(A)}{pop(B)}\right) + 0,334 \cdot \log\left(\frac{bbp(A)}{bbp(B)}\right) + 1,702 \cdot \log\left(\frac{erv(A)}{erv(B)}\right)$$

Hierbij is $GD(A, B)$ het aantal doelpunten dat land A naar verwachting meer zal scoren dan land B als zij tegen elkaar spelen. Dat aantal hoeft geen geheel getal te zijn en kan ook negatief zijn. Voor wedstrijdervaring koos men het aantal deelnames aan wereldkampioenschappen vóór dat van 2010.

Voor Italië en Engeland zijn bbp en pop nagenoeg even groot, zodat alleen de wedstrijdervaring het verschil bepaalt. Vóór 2010 deed Italië 16 keer mee aan een wereldkampioenschap, Engeland 12 keer.

- 4p **9** Bereken met behulp van de formule het voorspelde aantal doelpunten dat Italië méér maakt als het tegen Engeland zou spelen. Rond het antwoord af op twee decimalen.

Logischerwijs moet de uitkomst van de formule tegengesteld worden als je de landen verwisselt. Er zou dus voor elk tweetal landen A en B moeten gelden: $GD(A, B) = -GD(B, A)$.

- 3p **10** Toon de juistheid hiervan aan met behulp van de rekenregels voor logaritmen.

Volgens de formule wint Nederland niet van Brazilië omdat $GD(Ned, Bra) = -0,67$.

De waarde $-0,67$ valt eigenlijk nog wel mee. Brazilië heeft veel meer inwoners dan Nederland: 185,7 miljoen tegenover 16,6 miljoen. Ook nam Brazilië vóór 2010 vaker deel: 18 keer en Nederland maar 8 keer. Blijkbaar is het bbp van Nederland veel groter dan dat van Brazilië.

- 5p **11** Bereken hoeveel keer zo groot het bbp van Nederland is als het bbp van Brazilië.