

Toevalvoetbal

Nederlandse competitie

De eindstand van de Nederlandse voetbalcompetitie van het seizoen 2008-2009 staat in onderstaande tabel.

tabel

plaats	ploeg	punten	plaats	ploeg	punten
1	AZ	80	10	Vitesse	43
2	FC Twente	69	11	NEC	42
3	Ajax	68	12	Willem II	37
4	PSV	65	13	Sparta Rotterdam	35
5	SC Heerenveen	60	14	ADO Den Haag	32
6	FC Groningen	56	15	Heracles Almelo	32
7	Feyenoord	45	16	Roda JC	30
8	NAC Breda	45	17	De Graafschap	30
9	FC Utrecht	44	18	FC Volendam	29

De 18 ploegen hebben een hele competitie tegen elkaar gespeeld, dat betekent dat elke ploeg tegen elke andere ploeg een thuiswedstrijd en een uitwedstrijd heeft gespeeld.

- 3p 17 Bereken hoeveel wedstrijden er in totaal zijn gespeeld.

Voor een overwinning krijgt een ploeg 3 punten, voor een gelijkspel 1 punt en voor een verliespartij geen punten.

De kampioen, AZ, heeft 4 wedstrijden verloren en in de overige 30 wedstrijden 80 punten gehaald.

- 4p 18 Bereken hoeveel wedstrijden AZ gewonnen heeft.

Competitie met even sterke ploegen

Op een Engelse website met voetbalstatistieken wordt gekeken in hoeverre een competitie-uitslag zoals die in de tabel staat, wordt bepaald door het verschil in sterkte tussen de ploegen en in hoeverre door toeval. Daartoe bekijken we eerst een competitie waarin alle ploegen even sterk zijn en alle uitslagen alleen door toeval bepaald worden. Dit noemen we een toevalscompetitie. Wel houden we in onze toevalscompetitie rekening met verschil tussen uit- en thuiswedstrijden.

Daarom nemen we aan dat elke wedstrijd met kans p_t gewonnen wordt door de thuis spelende ploeg, met kans p_u gewonnen wordt door de uit spelende ploeg, en met kans p_g in een gelijkspel eindigt.

Omdat we hier een toevalscompetitie bekijken, zijn deze kansen voor elke ploeg en voor elke wedstrijd gelijk. Er geldt natuurlijk: $p_t + p_u + p_g = 1$.

Vanwege het verschil tussen uit- en thuiswedstrijden zijn p_t en p_u niet gelijk aan elkaar.

Omdat een overwinning 3 punten oplevert en een gelijkspel 1 punt, geldt nu voor elk team het volgende: voor een thuiswedstrijd is het verwachte aantal punten te berekenen met de formule $\mu_t = 3p_t + p_g$ en voor een uitwedstrijd is dat te berekenen met de formule $\mu_u = 3p_u + p_g$.

Omdat elke ploeg in totaal 17 thuis- en 17 uitwedstrijden speelt, is voor elke ploeg het verwachte aantal punten in de hele competitie gelijk aan $\mu_{Totaal} = 17\mu_t + 17\mu_u$.

Dit is te herleiden tot

$$\mu_{Totaal} = 51 - 17p_g$$

- 4p 19 Voer deze herleiding uit.

We nemen aan dat het aantal punten van elke ploeg in de toevalscompetitie bij benadering normaal verdeeld is met gemiddelde $\mu_{Totaal} \approx 46,6$ en standaardafwijking $\sigma_{Totaal} \approx 7,4$.

AZ werd in de competitie van 2008-2009 kampioen met 80 punten. We vragen ons af hoe groot voor een ploeg in de toevalscompetitie de kans is om 80 punten of meer te halen.

- 3p 20 Bereken deze kans met behulp van de normale verdeling.

Vergelijking beide competities

Volgens de Engelse website wordt de standaardafwijking van het aantal punten in de werkelijke competitie niet alleen bepaald door toeval maar ook door het verschil in sterkte tussen de ploegen. In dat geval zou de standaardafwijking in de werkelijke competitie dan ook groter moeten zijn dan de standaardafwijking in de toevalscompetitie.

Met behulp van de tabel aan het begin van deze opgave kun je voor de Nederlandse competitie van het seizoen 2008-2009 de standaardafwijking van het aantal punten berekenen.

- 3p 21 Onderzoek of deze standaardafwijking inderdaad groter is dan de standaardafwijking in de toevalscompetitie.