

2 Octopus Paul

4. Eerst stel je de nulhypothese en de alternatieve hypothese op. De nulhypothese is dat de kans op succes 0,5 is, en de alternatieve hypothese is dat de kans op succes meer dan 0,5 is. Om de uitspraak te toetsen bereken je, gegeven dat de nulhypothese waar is, de kans dat Paul minstens 4 van de 6 voorspellingen goed heeft. Deze kans is gelijk aan 1 min de kans dat hij er maximaal 3 goed heeft, en aangezien dit een binomiaal kansexperiment is met succeskans 0,5 dat 6 keer wordt uitgerekend, kan je de kans dus uitrekenen met de Ti-84 plus:

$$\begin{aligned} P(\text{minstens 4 goed}) &= 1 - P(\text{maximaal 3 goed}), \\ &= 1 - \text{binomcdf}(6, 0.5, 3), \\ &\approx 0,34. \end{aligned}$$

De kans op minstens 4 juiste voorspellingen is groter dan 0,10, dus er is geen reden om aan te nemen dat Paul over voorspellende gaven beschikte.

5. De kans dat een dier alles goed heeft is $0,5^8$, aangezien hij 8 wedstrijden goed zou moeten gokken met een succeskans van 0,5. De kans dat een dier niet alles goed heeft is dus $1 - 0,5^8$. De kans dat minstens één dier van de 20 alles goed heeft is vervolgens gelijk aan 1 min de kans dat geen enkel dier alles goed heeft. De kans dat minstens één dier alles goed heeft is dus

$$\begin{aligned} P(\text{minstens 1 dier heeft alles goed}) &= 1 - P(\text{alle dieren hebben niet alles goed}), \\ &= 1 - P(\text{een dier heeft niet alles goed})^{20}, \\ &= 1 - (1 - 0,5^8)^{20}, \\ &\approx 0,08. \end{aligned}$$

6. Noem Italië land A en Engeland land B . Er geldt $pop(A) = pop(B)$ en $bbp(A) = bbp(B)$, oftewel $\frac{pop(A)}{pop(B)} = \frac{bbp(A)}{bbp(B)} = 1$. Ook weet je dat $erv(A) = 16$ en $erv(B) = 12$. Invullen in de formule geeft:

$$\begin{aligned} GD(A, B) &= 0,316 \log(1) + 0,334 \log(1) + 1,702 \log\left(\frac{16}{12}\right), \\ &= 0,316 \cdot 0 + 0,334 \cdot 0 + 1,702 \cdot 0,12, \\ &= 0,21. \end{aligned}$$

Italië zal dus naar verwachting 0,21 doelpunten meer maken dan Engeland.

7. De rekenregels voor logaritmen geven:

$$\begin{aligned} GD(A, B) &= 0,316 \log\left(\frac{pop(A)}{pop(B)}\right) + 0,334 \log\left(\frac{bbp(A)}{bbp(B)}\right) + 1,702 \log\left(\frac{erv(A)}{erv(B)}\right), \\ &= -0,316 \log\left(\frac{pop(B)}{pop(A)}\right) - 0,334 \log\left(\frac{bbp(B)}{bbp(A)}\right) - 1,702 \log\left(\frac{erv(B)}{erv(A)}\right), \\ &= -GD(B, A). \end{aligned}$$

Eindexamen vwo wiskunde A 2013-II

© havovwo.nl

8. Eerst vul je alle gegevens in, en dan los je de vergelijking op:

$$-0,67 = 0,316 \log\left(\frac{16,6}{185,7}\right) + 0,334 \log\left(\frac{\text{bbp}(Ned)}{\text{bbp}(Bra)}\right) + 1,702 \log\left(\frac{8}{18}\right),$$

$$-0,67 = -0,331 + 0,334 \log\left(\frac{\text{bbp}(Ned)}{\text{bbp}(Bra)}\right) - 0,599,$$

$$0,334 \log\left(\frac{\text{bbp}(Ned)}{\text{bbp}(Bra)}\right) = -0,67 + 0,331 + 0,599,$$

$$\log\left(\frac{\text{bbp}(Ned)}{\text{bbp}(Bra)}\right) = \frac{-0,67 + 0,331 + 0,599}{0,334},$$

$$\log\left(\frac{\text{bbp}(Ned)}{\text{bbp}(Bra)}\right) \approx 0,78,$$

$$\frac{\text{bbp}(Ned)}{\text{bbp}(Bra)} \approx 10^{0,78},$$

$$\frac{\text{bbp}(Ned)}{\text{bbp}(Bra)} \approx 6.$$

Het bbp van Nederland is dus ongeveer 6 keer zo groot als dat van Brazilië.