

## Marathonloopsters

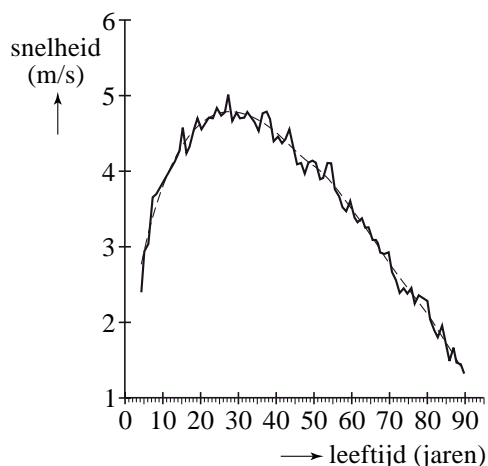
De Olympische hardloopwedstrijd met de grootste lengte is de marathon: ruim 42 kilometer, om precies te zijn 42 195 meter. De marathon wordt zowel door mannen als door vrouwen gelopen. In deze opgave concentreren we ons op de marathonloopsters.

De prestatie van een loopster geeft men in krantenberichten meestal weer door de tijd waarin de marathon is afgelegd, maar een even duidelijke maat is de gemiddelde snelheid over het gehele parcours. Dit noemen we kortweg de **snelheid**. Deze snelheid drukken we uit in m/s (meters per seconde).

- 3p 1 Een marathonloopster legt de marathon af in 2 uur, 43 minuten en 32 seconden. Bereken haar snelheid in m/s.

Elmer Sterken van de Rijksuniversiteit Groningen heeft onderzoek gedaan naar het verband tussen de snelheid van Amerikaanse marathonloopsters en hun leeftijden. Figuur 1 is afkomstig uit het rapport dat hij daarover geschreven heeft. In figuur 1 is voor iedere leeftijd weergegeven de hoogste snelheid ooit gelopen door een Amerikaanse (zie de 'zigzaglijn'). De geregistreerde leeftijden lopen van 6 tot en met 90 jaar<sup>1</sup>.

figuur 1



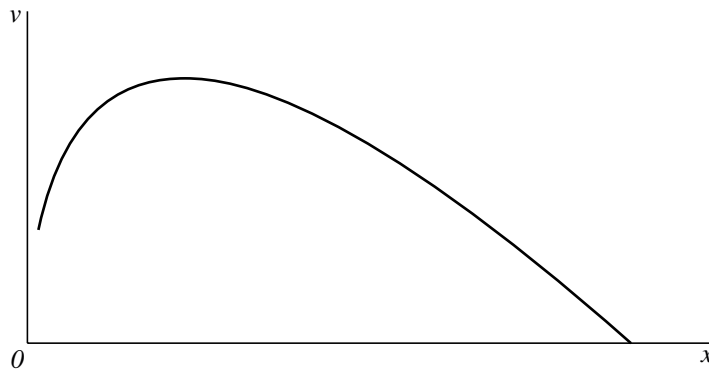
De 'zigzaglijn' is in figuur 1 benaderd door de grafiek met de formule:

$$v = 2,836 \cdot x^{0,665} - 1,390 \cdot x^{0,818}$$

Hierin is  $v$  de hoogste snelheid in m/s van marathonloopsters met een leeftijd van  $x$  jaar. In figuur 2 is de grafiek van  $v$  weergegeven.

noot 1 Figuur 1 is ontstaan door allerlei gegevens van verschillende loopafstanden (op verantwoorde manier) om te zetten naar de marathonlengte. Hierdoor zijn in deze figuur ook voor een marathon onwaarschijnlijk jonge leeftijden vermeld.

**figuur 2**



In het vervolg van deze opgave beschouwen we deze laatste grafiek en de formule voor  $v$  als een wiskundig model van de werkelijkheid.

Petra loopt vaker een marathon en hoopt binnenkort de marathon binnen 3 uur te volbrengen. Petra is 52 jaar.

- 3p **2** Kan een 52-jarige marathonloopster volgens dit model de marathon binnen 3 uur lopen? Licht je antwoord toe.

De grafiek van  $v$  heeft een maximum.

Volgens het model is er dus blijkbaar een leeftijd waarop marathonloopsters (gemiddeld) het beste presteren.

- 5p **3** Stel de afgeleide van  $v$  op en bereken hiermee deze leeftijd.