

Euroverspreiding

Op 1 januari 2002 werd in Nederland en in een aantal andere Europese landen een nieuwe munteenheid ingevoerd, de euro. Elk van deze landen heeft eigen, herkenbare munten; zo staat op de Nederlandse munten het portret van de Nederlandse koningin.

Doordat de euro in meerdere landen wordt gebruikt, raken de munten van een land verspreid over andere landen. In 2002 is door wiskundigen een experiment uitgevoerd om deze verspreiding te onderzoeken. Aan dit experiment deden duizenden mensen in binnen- en buitenland mee, de zogenoemde eurometers. Aan het begin van elke maand werd geteld hoeveel munten uit welk euroland ze in bezit hadden.

De onderzoekers slaagden erin kansen te bepalen dat een Nederlandse munt de grens overgaat: de kans dat een Nederlandse munt die in Nederland is, de volgende maand in het buitenland is, is 0,03. De kans dat een Nederlandse munt die in het buitenland is, daar de volgende maand blijft, is 0,9985. Deze kansen staan ook in tabel 1. We gaan er in deze opgave van uit dat deze kansen elke maand hetzelfde blijven.

tabel 1

	maand t in Nederland	maand t in buitenland
maand $t + 1$ in Nederland	0,97	0,0015
maand $t + 1$ in buitenland	0,03	0,9985

Een Nederlandse munt is op 1 februari 2002 in Nederland. Met behulp van tabel 1 kun je de kans berekenen dat deze munt op 1 mei 2002 in Nederland is, al dan niet na een verblijf in het buitenland.

5p **15** Bereken deze kans in vier decimalen nauwkeurig.

Op basis van de kansen in tabel 1 is voor de totale hoeveelheid Nederlandse munten een model te maken dat voor elk tijdstip voorspelt hoeveel van deze munten in Nederland zijn en hoeveel in het buitenland. Dit model bestaat uit twee recurrente betrekkingen¹:

$$N_t = 0,97N_{t-1} + 0,0015B_{t-1} \text{ en } B_t = 0,03N_{t-1} + 0,9985B_{t-1}$$

Hierin is N_t het aantal Nederlandse munten in miljarden dat in maand t in Nederland is; B_t is het aantal Nederlandse munten in miljarden in maand t in het buitenland. Verder is t de tijd in maanden met $t = 0$ op 1 januari 2002.

Veronderstel dat in totaal 2,8 miljard Nederlandse munten gemaakt zijn, die op 1 januari 2002 allemaal in Nederland waren. Ga ervan uit dat er daarna geen nieuwe munten zijn bijgemaakt. Volgens bovenstaand model zal het aantal Nederlandse munten in Nederland op de lange duur stabiliseren.

- 4p **16** Bereken hoeveel Nederlandse munten er uiteindelijk in Nederland zullen zijn en hoeveel in het buitenland. Geef je antwoord in miljoenen nauwkeurig.

Van alle muntstukken die op zeker moment in Nederland in omloop zijn, is 23,3% Duits. Het vermoeden bestaat dat in de grensstreek met Duitsland het percentage Duitse muntstukken hoger is dan in Nederland als geheel. Om dit vermoeden te onderzoeken, worden van een aantal mensen die in de grensstreek wonen gegevens verzameld over de munten in ieders portemonnee. Er blijken in totaal 512 muntstukken in deze portemonnees te zitten, waarvan er 138 Duits zijn.

- 6p **17** Onderzoek bij een significantieniveau van 5% of er reden is om te veronderstellen dat het vermoeden juist is.

noot 1 Een recurrente betrekking wordt ook wel recursieformule of recursievergelijking genoemd.