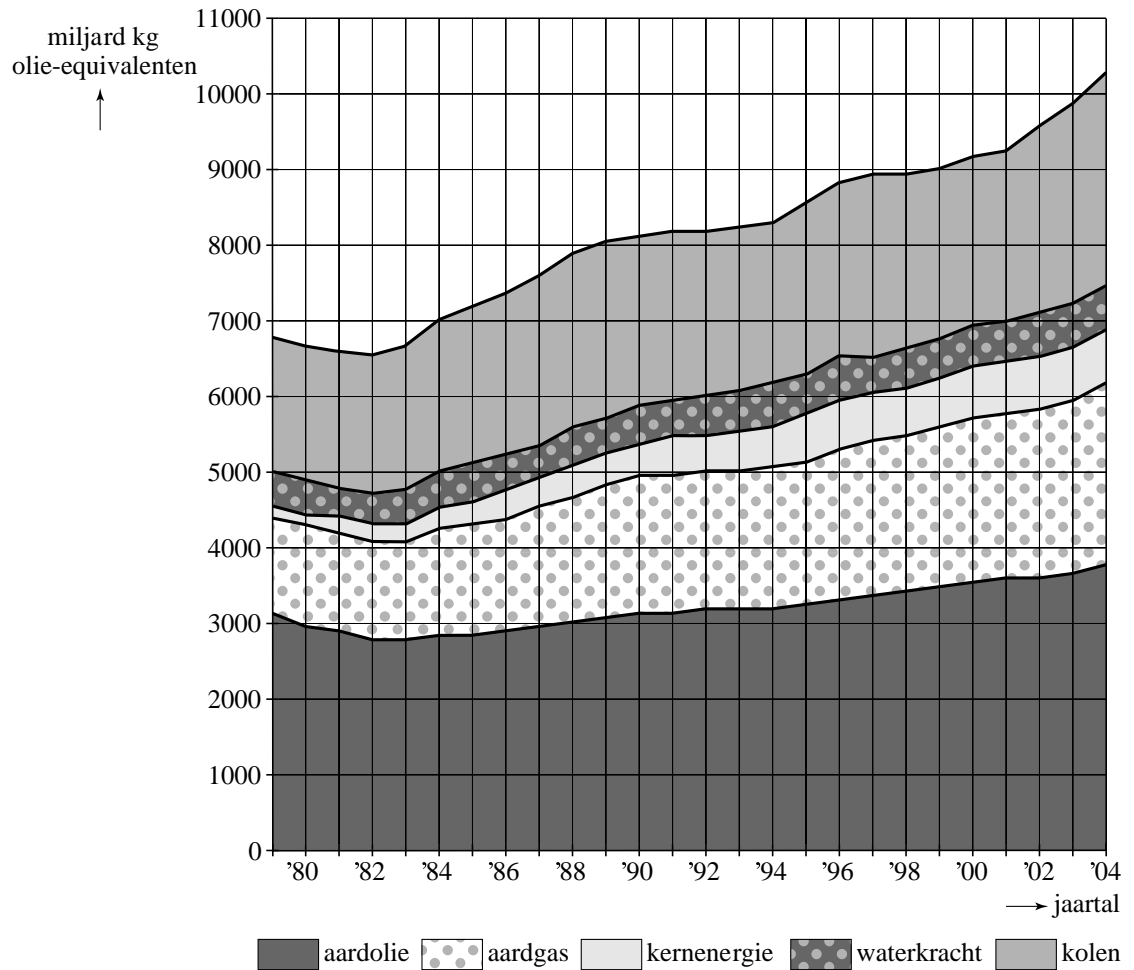


Energiebronnen

In figuur 1 zie je een grafiek van de hoeveelheid energie die we tussen 1979 en 2004 op aarde hebben verbruikt in de vorm van aardolie, aardgas, kernenergie, waterkrachtenergie en kolen. Hierin is voor elke energiebron de energie van een miljard kilo aardolie als eenheid gebruikt, zie de verticale as in figuur 1.

figuur 1



In de grafiek kun je bijvoorbeeld aflezen dat in 1991 deze 5 energiebronnen goed waren voor ongeveer 8200 miljard kg olie-equivalenten en dat het aandeel aardgas daarin ongeveer 22% was.

- 4p **10** Onderzoek of het aandeel aardgas in 2004 groter of kleiner was dan in 1980. Licht je werkwijze toe.

In de rest van de opgave kijken we alleen naar de productie van aardolie. Deze productie wordt uitgedrukt in vaten (een vat staat voor ongeveer 159 liter).

In de periode 1950 tot en met 1974 groeide de jaarlijkse olieproductie exponentieel van ongeveer 4 miljard vaten in 1950 tot ongeveer 22 miljard vaten in 1974. In 1990 was de olieproductie ongeveer 24 miljard vaten. Dat zou veel meer zijn geweest als de olieproductie na 1974 in dezelfde mate exponentieel was doorgegroeid als in de periode 1950-1974.

- 5p **11** Bereken hoe groot de olieproductie in 1990 dan zou zijn geweest.

In de periode 1984 tot en met 2004 is de olieproductie jaarlijks met 0,4 miljard vaten gestegen, van 21 miljard vaten in 1984 tot 29 miljard vaten in 2004. We gaan ervan uit dat de olieproductie in de jaren na 2004 ook met 0,4 miljard vaten per jaar blijft toenemen.

Dan geldt voor de totale hoeveelheid olie $s(t)$ (in miljarden vaten) die we vanaf 2004 tot en met t jaar na 2004 uit de grond halen, het volgende:

$$s(t) = 29 + (29 + 0,4) + (29 + 2 \cdot 0,4) + (29 + 3 \cdot 0,4) + \dots + (29 + t \cdot 0,4)$$

- 4p **12** Toon aan dat dit te schrijven is als $s(t) = 0,2t^2 + 29,2t + 29$.

In werkelijkheid zal de jaarlijkse olieproductie niet blijven stijgen, maar na verloop van tijd een maximum bereiken en vervolgens weer afnemen. Oliemaatschappijen maken hier modellen voor. Volgens een dergelijk model verloopt de jaarlijkse olieproductie vanaf 2004 als volgt:

$$Y = \frac{188,0 \cdot 0,961^t}{(1 + 1,55 \cdot 0,961^t)^2}$$

Hierin is Y de jaarlijkse olieproductie in miljarden vaten en t het jaar van de productie, met $t = 0$ in 2004. Volgens dit model bereikt de olieproductie een maximum van ruim 30 miljard vaten in 2015 om daarna weer te dalen.

- 4p **13** Bereken in welk jaar na 2015 de olieproductie voor het eerst gedaald zal zijn tot onder de 20 miljard vaten per jaar.

Het aantal miljarden vaten olie dat de mens vanaf het begin van de oliewinning tot en met jaar t in totaal uit de grond heeft gehaald noemen we de totale olieproductie T . Hierbij is weer $t = 0$ in 2004. De jaarlijkse olieproductie Y is gelijk aan de jaarlijkse verandering van T . Daarom geldt bij benadering het volgende verband:

$$\frac{dT}{dt} = Y$$

Dit betekent dat T bij benadering geschreven kan worden als:

$$T = 3049 \cdot (1 + 1,55 \cdot 0,961^t)^{-1}$$

- 4p **14** Toon met behulp van differentiëren aan dat $\frac{dT}{dt}$ inderdaad bij benadering gelijk is aan Y .