

Eindexamen wiskunde A1-2 vwo 2004-II

havovwo.nl

Al doende leert men

In de Amerikaanse industrie is ooit onderzocht hoe snel werknemers leren wanneer zij een handeling vaker verrichten. Bij een groot aantal werknemers is bijgehouden hoeveel tijd ze nodig hadden om een bepaalde handeling voor de eerste keer te verrichten, hoeveel tijd voor de tweede keer, enz.

Zo bleken werknemers 16 minuten nodig te hebben om handeling A voor de eerste keer te verrichten. Bij de tweede keer was die handelingstijd 12,8 minuten. Dus wanneer een werknemer handeling A twee keer heeft uitgevoerd, is zijn gemiddelde handelingstijd $\frac{16+12,8}{2} = 14,4$ minuten. Deze 14,4 minuten zie je in tabel 4. De andere waarden in deze tabel zijn op een vergelijkbare manier berekend.

tabel 4

| | | | | | | |
|--|----|------|------|------|------|------|
| aantal keren dat handeling A is verricht (n) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| gemiddelde handelingstijd in minuten | 16 | 14,4 | 13,1 | 12,1 | 11,3 | 10,7 |

Met behulp van tabel 4 kunnen we berekenen dat een werknemer 8,1 minuten nodig heeft om handeling A voor de 5e keer te verrichten.

3p 17 Geef zo'n berekening.

We willen een formule opstellen voor de gemiddelde handelingstijd H_n .

Daartoe kijken we eerst naar de tijd T_n die een werknemer nodig heeft om handeling A voor de n -de keer te verrichten. T_n kan goed worden benaderd met de volgende formule:

$$T_n = 6 + 10 \cdot 0,68^{n-1}$$

In deze formule is T_n in minuten. Inderdaad levert deze formule $T_1 \approx 16$ en $T_2 \approx 12,8$.

Aan deze formule kun je zien dat de handelingstijd steeds korter wordt naarmate n toeneemt. Toch zal er altijd enige tijd nodig blijven om handeling A uit te voeren. Dat betekent dat er op den duur vrijwel geen tijd meer wordt gewonnen.

3p 18 Hoeveel minuten is de handelingstijd op den duur korter dan de eerste handelingstijd? Licht je antwoord toe.

Om een formule voor H_n op te kunnen stellen, merken we op dat geldt:

$$H_n = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n}{n}$$

We moeten dus eerst de som $T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n$ van de eerste n termen berekenen.

Elk van deze termen bestaat uit een constante (het getal 6) en een exponentieel deel. De exponentiële delen vormen een meetkundige rij. Dat betekent dat we voor de som ervan gebruik kunnen maken van de somformule van een meetkundige rij.

Dat leidt tot de volgende formule voor de gemiddelde handelingstijd:

$$H_n = 6 + \frac{31,25 \cdot (1 - 0,68^n)}{n}$$

6p 19 Leid deze formule af met behulp van de formule voor T_n .

We noemen een werknemer *ervaren voor handeling A* wanneer de gemiddelde handelingstijd minder dan 7 minuten is.

In de industrie wil men graag weten hoe lang het duurt voordat een werknemer zo ver is gekomen.

3p 20 Onderzoek hoeveel handelingen een werknemer achter elkaar moet uitvoeren volgens de formule voor H_n voordat hij ervaren voor handeling A kan worden genoemd.