Boomgroei

9. Eerst kijk je hoeveel de Amerikaanse eik in het vierde levensjaar groeit. Hierbij kijk je naar het verschil in hoogte op $t = 3$ en $t = 4$. Om de formule voor de hoogte van de Amerikaanse eik als functie van de tijd te krijgen vul je $a = 29.026$, $b = 0.9790$ en $c = 0.80820$ in in de formule van Chapman-Richards. Je krijgt dan:

$$h = 29.026 \cdot \left(1 - 0.9790^t\right)^{0.80820}$$

Als je hier $t = 3$ en $t = 4$ invult, krijg je hoogtes van respectievelijk 305.5 cm en 382.2 cm. Het verschil hiertussen is $382.2 - 305.5 \approx 77$ cm. Voor de zomereik doe je nu exact hetzelfde. De formule voor de hoogte van de zomereik als functie van de tijd is al gegeven. Als je hier $t = 3$ en $t = 4$ invult krijg je hoogtes van respectievelijk 171.7 cm en 225.2 cm. De toename in hoogte van de zomereik is dus $225.2 - 171.7 \approx 54$ cm. Nu kun je zien dat de Amerikaanse eik in het vierde levensjaar $77 - 54 = 23$ cm meer groeit dan de zomereik. Dit is dus inderdaad ruim 20 cm.

10. Als t positief is (en dat is een redelijke aanname, want het heeft geen zin om over de lengte van de boom te praten voor hij geplant is) zijn zowel de teller als de noemer altijd positief. De afgeleide van de hoogte is dus altijd positief. Dit betekent dat de hoogte van de boom altijd blijft toenemen. Ook kun je zien dat als t toeneemt, 0.9867^t afneemt. Als t toeneemt neemt de teller dus af, en $1 - 0.9867^t$ neemt toe. Dan moet $(1 - 0.9867^t)^{0.03333}$ dus ook toenemen. De teller neemt dus af, terwijl de noemer toeneemt. Als t toeneemt neemt h' dus af.

11. De formule voor de hoogte van een zomereik met onbekende a is als volgt:

$$h = a\left(1 - 0.9867^t\right)^{0.96667}$$

Als je hier invult dat $t = 10$ krijg je dat de hoogte van een zomereik van 10 jaar oud gelijk is aan $a\left(1 - 0.9867^{10}\right)^{0.96667} \approx 0.13430a$. De zomereik waar het hier om gaat heeft als hij 10 jaar oud is een hoogte van 6.18 m. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$0.13430a = 6.18$$
$$a = \frac{6.18}{0.13430} \approx 46$$

12. Voor grove dennen geldt $b = 0.9656$ en $c = 1.59980$. Als je dan $a = 30.1$ invult krijg je de volgende formule:

$$h = 30.1 \cdot \left(1 - 0.9656^t\right)^{1.59980}$$

Als t heel groot wordt wordt 0.9656^t heel klein. $1 - 0.9656^t$ wordt dan dus ongeveer 1, en $(1 - 0.9656^t)^{1.59980}$ wordt ook ongeveer 1. h wordt dus als t heel groot wordt gelijk aan 30.1, dus de waarde voor a geeft inderdaad aan hoe groot de den uiteindelijk wordt.

13. Eerst vul je $t = 0$ in in de formule van Chapman-Richards. Je krijgt dan:

$$h = a \cdot \left(1 - b^0\right)^c$$

$b^0 = 1$, dus:

$$h = a \cdot (1 - 1)^c = a \cdot 0 = 0$$