Pakketshop

11. De kortste zijde (31 cm) en de langste zijde (86 cm) zijn samen $31 + 86 = 117$ cm. Het pakket valt dus in de categorie Extra Large. Hongarije ligt in zone 3, dus het kost haar volgens de tabel 40,00 euro om het pakket te versturen. Dit is $43,97 - 40,00 = 3,97$ euro goedkoper dan bij het postkantoor. Dit is $\frac{3,97}{43,97} \cdot 100\% \approx 9\%$ van 43,97, en het is dus ongeveer 9% goedkoper.

12. Eerst bereken je de afgeleide van V.

$$V' = 90 \cdot 2x - 3x^2 = 180x - 3x^2$$

Nu moet je om het maximum van V te vinden de x vinden waarvoor $V' = 0$.

$$180x - 3x^2 = 0$$
$$x(180 - 3x) = 0$$
$$x = 0 \bigvee 180 - 3x = 0$$
$$x = 0 \bigvee 3x = 180$$
$$x = 0 \bigvee x = \frac{180}{3} = 60$$

Er zijn dus minima of maxima bij $x = 0$ en $x = 60$ cm. Als $x = 0$ is de inhoud van de doos 0, dus dit moet een minimum zijn. $x = 60$ cm moet dan een maximum zijn, aangezien je weet dat er een maximum bestaat, en je nog maar één mogelijke kandidaat over hebt. Je wilt nu kijken wat V is als je $x = 60$ cm invult. V_{max} wordt dan:

$$V_{max} = 90 \cdot 60^2 - 60^3 = 108000 \text{ cm}^3$$

13. Hier ga je op dezelfde wijze te werk als bij de vorige opgave. Eerst differentieer je de nieuwe formule voor V.

$$V' = a \cdot 2x - 3x^2$$

Nu moet je weer de vergelijking $V' = 0$ oplossen.

$$a \cdot 2x - 3x^2 = 0$$
$$x(2a - 3x) = 0$$
$$x = 0 \bigvee 2a - 3x = 0$$
$$x = 0 \bigvee 3x = 2a$$
$$x = 0 \bigvee x = \frac{2}{3}a$$

Nu vul je $x = \frac{2}{3}a$ in in de formule voor V. Je krijgt dan voor V_{max}:

$$V_{max} = a \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}a\right)^3$$

$$V_{max} = a \cdot \frac{4}{9}a^2 - \frac{8}{27}a^3$$

$$V_{max} = \frac{4}{9}a^3 - \frac{8}{27}a^3$$

$$V_{max} = \frac{12}{27} - \frac{8}{27}a^3 = \frac{4}{27}a^3$$

Dit is precies wat werd gevraagd.