Vraag	Antwoord	Scores

Veilig vliegen

1 **maximumscore 4**

- Het tekenen van de lijn door $(0,4;\,0)$ en (bijvoorbeeld) $(1,6;\,20)$ 2
- Uit het aflezen van de coördinaten van het snijpunt van deze lijn met de rand van het grijs gemaakte gebied volgt: de gevraagde snelheid is (Mach) 1,5 en de gevraagde hoogte is 18 000 (feet) 2

Opmerking
Voor de hoogte is een afleesmarge van 1000 (feet) toegestaan.

2 **maximumscore 3**

- De vergelijking $60,2\cdot\log(10v)=30$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $v\approx 0,3$ (dus de gevraagde minimale snelheid is (Mach) 0,3) 1

3 **maximumscore 3**

- $h=33,3\cdot\sqrt{v-1,2}$ geeft $\sqrt{v-1,2}=\dfrac{h}{33,3}$ 1
- Hieruit volgt $v-1,2=\left(\dfrac{h}{33,3}\right)^2$ 1
- Dus $v=\left(\dfrac{h}{33,3}\right)^2+1,2$ (of $v=9,0\cdot10^{-4}h^2+1,2$) (of $v=\dfrac{h^2}{1108,89}+1,2$) (of $v=0,0009h^2+1,2$) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Twee cirkels, één raaklijn

4 maximumscore 5

- De straal van c_1 is $\sqrt{16}=4$ (dus $OA=4$) 1
- $x^2-10x+y^2+16=0$ herschrijven tot $(x-5)^2+y^2=9$ 1
- De straal van c_2 is $\sqrt{9}=3$ (dus $MA=3$) 1
- c_1 heeft middelpunt $O(0,0)$ en c_2 heeft middelpunt $M(5,0)$, dus $OM=5$ 1
- $3^2+4^2=5^2$ dus (volgens de stelling van Pythagoras geldt in driehoek OAM) $\angle OAM=90°$ 1

of

- Voor de coördinaten van A en B geldt $x^2-10x+y^2+16=x^2+y^2-16$ 1
- Hieruit volgt $-10x=-32$ dus $x=3,2$ en dus $A(3,2;\,2,4)$ 1
- $x^2-10x+y^2+16=0$ herschrijven tot $(x-5)^2+y^2=9$ dus $M(5,0)$ 1
- De rc van OA is $\dfrac{2,4}{3,2}=\dfrac{3}{4}$ en de rc van AM is $\dfrac{0-2,4}{5-3,2}=-\dfrac{4}{3}$ 1
- $\dfrac{3}{4}\cdot-\dfrac{4}{3}=-1$, dus OA staat loodrecht op AM (dus $\angle OAM=90°$) 1

5 maximumscore 5

- MP staat loodrecht op l, dus de rc van MP is $\dfrac{-1}{-\frac{1}{12}\sqrt{6}}$ $(=2\sqrt{6})$ 1
- Een vergelijking van lijn MP is $y=2\sqrt{6}\cdot x-10\sqrt{6}$ 1
- Beschrijven hoe uit $-\frac{1}{12}\sqrt{6}\cdot x+\frac{5}{3}\sqrt{6}=2\sqrt{6}\cdot x-10\sqrt{6}$ exact de x-coördinaat van P gevonden kan worden 1
- De x-coördinaat van P is $\frac{28}{5}$ 1
- De y-coördinaat van P is $2\sqrt{6}\cdot\frac{28}{5}-10\sqrt{6}=\frac{6}{5}\sqrt{6}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- (Substitutie van $y=-\frac{1}{12}\sqrt{6}\cdot x+\frac{5}{3}\sqrt{6}$ in $x^2-10x+y^2+16=0$ geeft) $x^2-10x+\left(-\frac{1}{12}\sqrt{6}\cdot x+\frac{5}{3}\sqrt{6}\right)^2+16=0$ 1
- Hieruit volgt $\frac{25}{24}x^2-\frac{35}{3}x+\frac{98}{3}=0$ (of $25x^2-280x+784=0$) 1
- Dit geeft $(5x-28)^2=0$ (of gebruik van de abc-formule) 1
- De x-coördinaat van P is $\frac{28}{5}$ 1
- De y-coördinaat van P is $2\sqrt{6}\cdot\frac{28}{5}-10\sqrt{6}=\frac{6}{5}\sqrt{6}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Functies met een wortel

6 maximumscore 3

- $f(x)=(x-\sqrt{x})^2$ schrijven als $f(x)=x^2-2x^{1,5}+x$ — 2
- $f'(x)=2x-3\sqrt{x}+1$ — 1

7 maximumscore 5

- (Uit de vergelijking $(x-\sqrt{x})^2=x$ volgt) $x-\sqrt{x}=-\sqrt{x}$ of $x-\sqrt{x}=\sqrt{x}$ — 2
- Hieruit volgt ($x=0$ of) $x=2\sqrt{x}$ — 1
- Beide kanten van de laatste vergelijking kwadrateren geeft $x^2=4x$ (of beide vergelijkingen delen door $\sqrt{x}$ (omdat $x\neq 0$) geeft $\sqrt{x}=2$) — 1
- Hieruit volgt $x=4$ (dus de x-coördinaat van A is 4) — 1

of

- Haakjes wegwerken tot $x^2-2x\sqrt{x}+x=x$ — 1
- Hieruit volgt dat $x^2-2x\sqrt{x}=0$ en vervolgens $x(x-2\sqrt{x})=0$ — 1
- Hieruit volgt ($x=0$ of) $x=2\sqrt{x}$ — 1
- Beide kanten van de laatste vergelijking kwadrateren geeft $x^2=4x$ (of beide vergelijkingen delen door $\sqrt{x}$ (omdat $x\neq 0$) geeft $\sqrt{x}=2$) — 1
- Hieruit volgt $x=4$ (dus de x-coördinaat van A is 4) — 1

8 maximumscore 5

- De richtingscoëfficiënt van l is $f'(4)=3$ — 1
- Dus de hoek die l maakt met de x-as is 72° (of nauwkeuriger) — 1
- De richtingscoëfficiënt van k is –1 — 1
- Dus de hoek die k maakt met de x-as is 45° — 1
- Dan volgt dat de gevraagde hoek 63° is — 1

9 maximumscore 4

- Er geldt $(36-p\sqrt{36})^2=36$ — 1
- Dit schrijven als $36p^2-432p+1260=0$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden — 1
- $p=5$ of $p=7$ (dus de gevraagde waarden van p zijn 5 en 7) — 1

of

- Er geldt $(36-p\sqrt{36})^2=36$ — 1
- Hieruit volgt $36-6p=-6$ of $36-6p=6$ — 2
- $p=5$ of $p=7$ (dus de gevraagde waarden van p zijn 5 en 7) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Vierkanten

10 maximumscore 3

- Er geldt $k^2 = 2$ — 2
- Dit geeft $k = \sqrt{2}$ — 1

of

- Voor 2 opeenvolgende waarden van n de lengte van de zijde van het vierkant berekenen (bijvoorbeeld: voor $n = 1$ is $z = 1$ en voor $n = 2$ is $z = \sqrt{2}$) — 2
- Hieruit volgt dat er met $\sqrt{2}$ is vermenigvuldigd (dus $k = \sqrt{2}$) — 1

11 maximumscore 3

- Het opstellen van $\frac{1}{2} \cdot 2^n = 131\,072$ — 1
- Hieruit volgt $2^n = 262\,144$ — 1
- Dit geeft $n = {}^{2}\log(262\,144) = 18$ — 1

12 maximumscore 4

- (Voor het vierkant met rangnummer $n = 1$ geldt $z = 1$, dus) $1 = 2^{a \cdot 1 + b}$ en (voor het vierkant met rangnummer $n = 3$ geldt $z = 2$, dus) $2 = 2^{a \cdot 3 + b}$ — 1
- Hieruit volgt $0 = a + b$ en $1 = 3a + b$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarden voor a en b gevonden kunnen worden — 1
- Het antwoord $a = 0,5$ en $b = -0,5$ — 1

of

- Er geldt $z(n) = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2^n}$ — 1
- Dit geeft $z(n) = \sqrt{2^{-1} \cdot 2^n}$ — 1
- Hieruit volgt $z(n) = (2^{n-1})^{\frac{1}{2}}$ — 1
- Dit geeft $z(n) = 2^{\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}}$ (dus $a = 0,5$ en $b = -0,5$) — 1

of

- Er geldt $\left(z(n)\right)^2 = A(n) = \left(2^{a \cdot n + b}\right)^2$ — 1
- $\left(2^{a \cdot n + b}\right)^2 = 2^{2a \cdot n + 2b} = 2^{2a \cdot n} \cdot 2^{2b}$ — 1
- Dit geeft $2^{2a} = 2 = 2^1$ dus $a = 0,5$ — 1
- En $2^{2b} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$ dus $b = -0,5$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Niet-werkende werkzoekenden

13 maximumscore 4

- De groeifactor per 15 kwartalen is $\frac{144\,000}{356\,000} (\approx 0,4045)$ (of $\frac{144}{356} (\approx 0,4045)$) 1
- Dus de groeifactor per kwartaal is $\left(\frac{144\,000}{356\,000}\right)^{\frac{1}{15}}$ (of $\left(\frac{144}{356}\right)^{\frac{1}{15}}$) 1
- $\left(\frac{144\,000}{356\,000}\right)^{\frac{1}{15}} \approx 0,941$ (of $\left(\frac{144}{356}\right)^{\frac{1}{15}} \approx 0,941$) 1
- Het gevraagde percentage is 5,9 (%) 1

Opmerking
Als de kandidaat met 16 in plaats van 15 kwartalen rekent, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

14 maximumscore 3

- Bij exponentiële afname hoort een afnemend dalende grafiek, dus de toenamen zijn negatief, maar worden (absoluut) steeds kleiner 2
- Dit is het geval in toenamendiagram II 1

of

- De grafiek is dalend, dus de toenamen zijn negatief 1
- De grafiek daalt steeds minder sterk, dus de (absolute) toenamen worden steeds kleiner 1
- Dit is het geval in toenamendiagram II 1

of

- Toenamendiagrammen I en IV kunnen het niet zijn omdat in deze toenamendiagrammen ook stijging voorkomt 1
- Toenamendiagram III kan het niet zijn omdat daarin de (absolute) toenamen steeds groter worden (, terwijl de grafiek steeds minder sterk daalt) 1
- Dus het moet toenamendiagram II zijn 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een functie met sinus

15 maximumscore 4

- Uit $x \cdot \sin(x) - \sin(x) = 0$ volgt $(x-1) \cdot \sin(x) = 0$ (of $x \cdot \sin(x) = \sin(x)$) 1
- Dit geeft ($x = 1$ of) $\sin(x) = 0$ 1
- Hieruit volgt: de x-coördinaten van R, S, T en U zijn respectievelijk 2π, 3π, 4π en 5π 1
- Dus de x-coördinaten van A en B zijn respectievelijk $2\frac{1}{2}\pi$ en $4\frac{1}{2}\pi$ 1

16 maximumscore 4

- De y-coördinaten van A en B zijn respectievelijk $2\frac{1}{2}\pi - 1$ en $4\frac{1}{2}\pi - 1$ 1
- De richtingscoëfficiënt van l is $\dfrac{4\frac{1}{2}\pi - 1 - (2\frac{1}{2}\pi - 1)}{4\frac{1}{2}\pi - 2\frac{1}{2}\pi} = 1$ 1
- Een vergelijking van de lijn l is $y = x - 1$ 1
- (invullen van $x = 1$ in de vergelijking van l geeft) $y = 1 - 1 = 0$, dus l gaat door P 1

Vraag	Antwoord	Scores

Cirkel en punt

17 maximumscore 3

- (Het middelpunt van c is $(2,-3)$, dus) de afstand van het middelpunt tot A is $\sqrt{(3-2)^2+(1--3)^2}=\sqrt{17}$ — 2
- (De straal van c is $\sqrt{20}$ en) $\sqrt{17}<\sqrt{20}$ dus A ligt binnen de cirkel — 1

18 maximumscore 6

- $(0-2)^2+(y+3)^2=20$ geeft $(y+3)^2=16$ (of $y^2+6y-7=0$) — 1
- Dit geeft $y=1$ of $y=-7$ (, dus de snijpunten met de y-as zijn $P(0,1)$ en $Q(0,-7)$) — 1
- De richtingscoëfficiënt van lijnstuk BP is $\frac{1--5}{0-1}=-6$ en de richtingscoëfficiënt van lijnstuk BQ is $\frac{-7--5}{0-1}=2$ — 1
- De tangens van de hoek die lijnstuk BP met de x-as maakt is –6, de tangens van de hoek die lijnstuk BQ met de x-as maakt is 2 — 1
- Hieruit volgt dat de hoek die lijnstuk BP met de x-as maakt $80{,}5°$ is en de hoek die lijnstuk BQ met de x-as maakt $63{,}4°$ is — 1
- Dus de gevraagde hoek is (80,5 + 63,4 dus) 144° — 1

of

- $(0-2)^2+(y+3)^2=20$ geeft $(y+3)^2=16$ (of $y^2+6y-7=0$) — 1
- Dit geeft $y=1$ of $y=-7$ (, dus de snijpunten met de y-as zijn $P(0,1)$ en $Q(0,-7)$) — 1
- (Noem B' de horizontale projectie van B op de y-as.) $B'P$ is gelijk aan 6, $B'Q$ is gelijk aan 2 en $B'B$ is gelijk aan 1. Met behulp van Pythagoras is dan BQ gelijk aan $\sqrt{5}$ en BP is gelijk aan $\sqrt{37}$ — 1
- Invullen in de cosinusregel geeft $PQ^2=BQ^2+BP^2-2\cdot BQ\cdot BP\cdot\cos(\angle PBQ)$, dus $8^2=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{37})^2-2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{37}\cdot\cos(\angle PBQ)$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Dus de gevraagde hoek is 144° — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Van een rechte naar een scheve cilinder

19 **maximumscore 3**

- 90% van 50 is 45 (dus $h = 45$) 1
- $\sin(\alpha) = \frac{45}{50}$ ($= 0{,}9$) 1
- De gevraagde waarde van α is 64 (°) 1

of

- h is 90% van 50 (dus $h = 0{,}90 \cdot 50$) 1
- Dus $\sin(\alpha) = 0{,}9$ 1
- De gevraagde waarde van α is 64 (°) 1

20 **maximumscore 4**

- Er geldt $\sin(\alpha) = \dfrac{h}{50}$ dus $h = 50\sin(\alpha)$ 1
- Dit invullen in $V_2 = h \cdot G_2$ geeft $V_2 = 50\sin(\alpha) \cdot G_2$ 1
- Samen met $V_1 = 50 \cdot G_1$ en $V_1 = V_2$ geeft dit $50 \cdot G_1 = 50\sin(\alpha) \cdot G_2$ 1
- Dus $G_1 = \sin(\alpha) \cdot G_2$ en hieruit volgt $G_2 = \dfrac{G_1}{\sin(\alpha)}$ 1

of

- Uit $V_1 = V_2$ volgt $50 \cdot G_1 = h \cdot G_2$ 1
- Dit geeft $\dfrac{G_1}{G_2} = \dfrac{h}{50}$ 1
- Er geldt $\sin(\alpha) = \dfrac{h}{50}$ 1
- Dus $\dfrac{G_1}{G_2} = \sin(\alpha)$ en hieruit volgt $G_2 = \dfrac{G_1}{\sin(\alpha)}$ 1