

## Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Mosselen

**1 maximumscore 3**

- $L = 29$  invullen in de gegeven formule geeft  $C \approx 52$  1
- De hoeveelheid gefilterd water is (ongeveer)  $24 \cdot 52 = 1248$  ml per dag 1
- Dit is meer dan een liter (dus de bewering stemt overeen met de gegeven formule) 1

**2 maximumscore 3**

- Als  $L$  (onbegrensd) toeneemt, nadert  $0,693^L$  tot 0 1
- Hieruit volgt dat  $1 + 179 \cdot 0,693^L$  nadert tot 1 1
- Dit geeft dat  $C$  nadert tot 52,7, dus de grafiek heeft een horizontale asymptoot 1

Vraag	Antwoord	Scores
<b>3</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uit de tabel volgen bijvoorbeeld de vergelijkingen <math>a \cdot 30^b = 0,12</math> en <math>a \cdot 70^b = 1,51</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Deze vergelijkingen op elkaar delen, geeft <math>\left(\frac{70}{30}\right)^b = \frac{1,51}{0,12}</math> (of <math>\left(\frac{30}{70}\right)^b = \frac{0,12}{1,51}</math>)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hieruit volgt <math>b \approx 3</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Invullen van bijvoorbeeld <math>L = 30</math> en <math>W = 0,12</math> geeft <math>a = \frac{0,12}{30^3} \approx 4,4 \cdot 10^{-6}</math></li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uit de tabel volgt dat als <math>L</math> verdubbeld wordt (van 30 naar 60), <math>W</math> met een factor <math>\frac{0,95}{0,12}</math> wordt vergroot</li> </ul>	2
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uit <math>2^b = \frac{0,95}{0,12}</math> volgt <math>b \approx 3</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Invullen van bijvoorbeeld <math>L = 30</math> en <math>W = 0,12</math> geeft <math>a = \frac{0,12}{30^3} \approx 4,4 \cdot 10^{-6}</math></li> </ul>	1
	<i>Opmerking</i>	
	<i>Als met een nauwkeuriger waarde van <math>b</math> is gerekend, kan de waarde van <math>a</math> afwijken.</i>	
<b>4</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>W = 10^{-5,5+3,1 \cdot \log L}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hieruit volgt <math>W = 10^{-5,5} \cdot 10^{3,1 \cdot \log L}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>W = 10^{-5,5} \cdot 10^{\log(L^{3,1})}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dit geeft <math>W = 10^{-5,5} \cdot L^{3,1}</math></li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\log W = \log(10^{-5,5}) + \log(L^{3,1})</math></li> </ul>	2
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>\log W = \log(10^{-5,5} \cdot L^{3,1})</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dit geeft <math>W = 10^{-5,5} \cdot L^{3,1}</math></li> </ul>	1
	<i>Opmerking</i>	
	<i>Als voor <math>10^{-5,5}</math> een benadering is gegeven, hiervoor geen scorepunten aftrekken.</i>	

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Funcities met een wortel

**5 maximumscore 4**

- Invullen van  $(27, 108)$  geeft  $27\sqrt{27+a} = 108$  1
- Hieruit volgt  $\sqrt{27+a} = 4$  1
- Dit geeft  $27+a = 16$ , dus  $a = -11$  2

**6 maximumscore 6**

- Opgelost moet worden  $x\sqrt{x+18} = 2x$  (met  $x \neq 0$ ) 1
- Dus  $\sqrt{x+18} = 2$  1
- Hieruit volgt  $x+18 = 4$ , dus  $x_p = -14$  2
- Dit geeft  $y_p = -28$  1
- Dus  $OP = \sqrt{(-14)^2 + (-28)^2} = \sqrt{980} (=14\sqrt{5})$  1

**7 maximumscore 3**

- In het functievoorschrift van  $f$  moet  $x$  worden vervangen door  $x - 18$  1
- Dit geeft  $g(x) = (x-18)\sqrt{x}$  1
- Haakjes wegwerken geeft  $g(x) = x\sqrt{x} - 18\sqrt{x}$  1

**8 maximumscore 4**

- $g'(x) = 1\frac{1}{2}\sqrt{x} - \frac{9}{\sqrt{x}}$  (of een gelijkwaardige vorm) 2
- Beschrijven hoe de vergelijking  $g'(x) = 0$  kan worden opgelost 1
- (Het minimum wordt aangenomen voor)  $x = 6$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Kruis in cirkel

#### 9 maximumscore 3

- $PS = MS - MP$  1
- $MP = (\sqrt{x^2 + x^2} =) x\sqrt{2}$  (omdat  $x > 0$ ) 1
- $MS = 1$ , dus  $PS = 1 - x\sqrt{2}$  1

#### 10 maximumscore 3

- Er geldt:  $1 - x\sqrt{2} = \frac{2}{3}$  (of  $1 - x\sqrt{2} = 2x\sqrt{2}$ ) 1
- Hieruit volgt  $x\sqrt{2} = \frac{1}{3}$  1
- Dus  $x = \frac{1}{6}\sqrt{2}$  (of een gelijkwaardige vorm) 1

of

- Er geldt:  $MP = \frac{1}{3}$  1
- Hieruit volgt  $x^2 + x^2 = \frac{1}{9}$  1
- Dus  $x = \frac{1}{6}\sqrt{2}$  (of een gelijkwaardige vorm) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Een cosinusfunctie

### 11 maximumscore 4

- $(\sin x \cdot \cos x)^2 = 0$  leidt tot  $\sin x \cdot \cos x = 0$  1
- Hieruit volgt  $\sin x = 0$  of  $\cos x = 0$  1
- Dit geeft de oplossingen  $x = 0$ ,  $x = \pi$  en  $x = \frac{1}{2}\pi$  2

### 12 maximumscore 6

- Beschrijven hoe de extreme waarden 0 en 0,25 van  $f$  worden gevonden met de GR 2
- Hieruit volgt  $a = 0,125$  en  $b = 0,125$  2
- Het bepalen van de periode met de GR 1
- Hieruit volgt  $c = 4$  1

of

- De  $x$ -waarde van een top van de grafiek van  $f$  ligt midden tussen de nulpunten  $x = 0$  en  $x = \frac{1}{2}\pi$  1
- $f(\frac{1}{4}\pi) = (\frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2})^2 = \frac{1}{4}$  1
- Hieruit volgt  $a = \frac{1}{8}$  en  $b = \frac{1}{8}$  2
- Met behulp van de nulpunten  $x = 0$  en  $x = \frac{1}{2}\pi$  volgt dat de periode gelijk is aan  $\frac{1}{2}\pi$  1
- Hieruit volgt  $c = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = 4$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Punt op hyperbool

#### 13 maximumscore 4

- Oppervlakte  $\Delta OAP = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot f(a)$  1
- Het functievoorschrift van  $f$  herschrijven tot  $f(x) = \frac{4x-6}{x-2}$  1
- Oppervlakte  $\Delta OAP = \frac{a}{2} \cdot \frac{4a-6}{a-2} = \frac{2(2a^2-3a)}{2(a-2)} = \frac{2a^2-3a}{a-2}$  2

of

- Oppervlakte  $\Delta OAP = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot f(a)$  1
- Oppervlakte  $\Delta OAP = \frac{a}{2} \cdot \left( \frac{2}{a-2} + 4 \right) = \frac{a}{a-2} + 2a$  1
- Oppervlakte  $\Delta OAP = \frac{a}{a-2} + \frac{2a(a-2)}{a-2} = \frac{2a^2-3a}{a-2}$  2

#### 14 maximumscore 5

- Er geldt:  $[\text{Oppervlakte } \Delta OAP]' = \frac{(4a-3)(a-2) - (2a^2-3a)}{(a-2)^2}$  2
- Beschrijven hoe  $[\text{Oppervlakte } \Delta OAP]' = 0$  opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt  $a = 3$  ( $a = 1$  voldoet niet) 1
- $a = 3$  invullen geeft de minimale oppervlakte 9 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Scharnierende vierkanten

**15 maximumscore 4**

- Hulplijn  $AE$  verdeelt  $APED$  in twee gelijke driehoeken  $AED$  en  $AEP$  1
- $\text{Opp}(APED) = 2 \cdot \text{Opp}(\triangle AED) = AD \cdot DE$  1
- $DE = \tan 25^\circ$  1
- $\text{Opp}(APED) = 1 \cdot \tan 25^\circ$  en dit is afgerond 0,47 1

**16 maximumscore 5**

- De cosinusregel in  $\triangle ABP$ :  $BP^2 = 1+1-2 \cdot \cos \angle BAP$  2
- Hieruit volgt  $\cos \angle BAP = 0,82$  1
- Hieruit volgt  $\angle BAP \approx 35^\circ$  1
- Het antwoord:  $\alpha = 55^\circ$  1

of

- $\triangle ABP$  is gelijkbenig, dus  $\triangle AMP$  – met  $M$  het midden van  $BP$  – is rechthoekig 1
- $\sin \angle MAP = 0,3$  1
- Hieruit volgt  $\angle MAP \approx 17,5^\circ$  1
- Hieruit volgt  $\angle BAP \approx 35^\circ$  1
- Het antwoord:  $\alpha = 55^\circ$  1

of

- Met  $F$  de loodrechte projectie van  $P$  op  $AB$  geldt:  
 $AF = \sin \alpha$ , dus  $BF = 1 - \sin \alpha$  1
- $PF = \cos \alpha$  1
- De stelling van Pythagoras in  $\triangle BFP$  geeft  $BP^2 = \cos^2 \alpha + (1 - \sin \alpha)^2$  1
- Beschrijven hoe  $\cos^2 \alpha + (1 - \sin \alpha)^2 = 0,6^2$  kan worden opgelost 1
- Het antwoord:  $\alpha = 55^\circ$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Cirkel om vierhoek

#### 17 maximumscore 3

- $PR$  is een middellijn van  $c$ , het midden van  $PR$  is dus het middelpunt van de cirkel 1
- Voor de coördinaten van het middelpunt  $M$  geldt  $x_M = \frac{1+13}{2} = 7$   
en  $y_M = \frac{1+17}{2} = 9$  1
- De straal van  $c = \sqrt{(7-1)^2 + (9-1)^2} = 10$  1

#### 18 maximumscore 5

- $x = 1$  invullen in de cirkelvergelijking geeft  $(y-9)^2 = 100 - 36 = 64$  1
- Hieruit volgt  $y_S = 17$  1
- De richtingscoëfficiënt van  $PR = \frac{17-1}{13-1} = \frac{4}{3}$  1
- Lijn  $l$  staat loodrecht op  $PR$ , dus er geldt  $l: y = -\frac{3}{4}x + b$  1
- Lijn  $l$  gaat door  $S(1, 17)$ . Hieruit volgt  $b = 17\frac{3}{4}$  1

of

- De  $y$ -coördinaat van  $P$  is  $9-1 = 8$  minder dan de  $y$ -coördinaat van  $M$  1
- Omdat  $x_S = x_P$ , geldt wegens symmetrie van de cirkel in de lijn met vergelijking  $y = 9$  dat  $y_S = 9 + 8 = 17$  1
- De richtingscoëfficiënt van  $PR = \frac{17-1}{13-1} = \frac{4}{3}$  1
- Lijn  $l$  staat loodrecht op  $PR$ , dus er geldt  $l: y = -\frac{3}{4}x + b$  1
- Lijn  $l$  gaat door  $S(1, 17)$ . Hieruit volgt  $b = 17\frac{3}{4}$  1



Vraag	Antwoord	Scores
<b>19</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Punt <math>Q</math> ligt op lijn <math>l</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>y = -\frac{3}{4}x + 17\frac{3}{4}</math> substitueren in de cirkelvergelijking geeft</li> </ul>	
	$(x-7)^2 + (-\frac{3}{4}x + 8\frac{3}{4})^2 = 100$	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dit geeft <math>x_Q = 16,36</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>Q</math> ligt op <math>l</math>, invullen van <math>x_Q</math> in de vergelijking van <math>l</math> geeft <math>y_Q = 5,48</math></li> </ul>	
	(dus $Q(16,36; 5,48)$ )	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Punt <math>Q</math> ligt op lijn <math>l</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Punt <math>Q</math> is het beeldpunt van punt <math>S</math> bij spiegeling in <math>PR</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• De lijn door <math>PR</math> heeft als vergelijking <math>y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Het snijpunt van <math>l</math> met <math>PR</math> is <math>(8,68; 11,24)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x_Q = 8,68 + (8,68 - 1) = 16,36</math> en <math>y_Q = 11,24 + (11,24 - 17) = 5,48</math></li> </ul>	
	(dus $Q(16,36; 5,48)$ )	1