Vraag	Antwoord	Scores

Cirkel en lijn

1 maximumscore 4

- De vergelijking $x^2+\left(-\frac{4}{3}x+5\right)^2=9$ — 1
- Hieruit volgt $\frac{25}{9}x^2-\frac{40}{3}x+16=0$ (of $25x^2-120x+144=0$) — 1
- De discriminant van deze vergelijking is $D=\left(-\frac{40}{3}\right)^2-4\cdot\frac{25}{9}\cdot 16=0$ (of $D=(-120)^2-4\cdot 25\cdot 144=0$) — 1
- $D=0$ (dus de vergelijking $x^2+\left(-\frac{4}{3}x+5\right)^2=9$ heeft één oplossing,) dus l raakt aan c — 1

of

- Een vergelijking van de loodlijn door O op l is $y=\frac{3}{4}x$ — 1
- $\frac{3}{4}x=-\frac{4}{3}x+5$ geeft $x=\frac{12}{5}$ — 1
- Dus het snijpunt is $\left(\frac{12}{5},\frac{9}{5}\right)$ — 1
- $\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{9}{5}\right)^2=9$, dus (het snijpunt ligt op de cirkel en dus) l raakt aan c — 1

Vraag	Antwoord	Scores

2 **maximumscore 6**

- De richtingscoëfficiënt van l is $-\frac{4}{3}$ 1
- Voor de y-coördinaat van punt A geldt $0^2+y^2=9$ dus $y_A=-3$ 1
- Voor de x-coördinaat van punt B geldt $0=-\frac{4}{3}x+5$ dus $x_B=\frac{15}{4}$ 1
- De richtingscoëfficiënt van k is $\frac{3}{\frac{15}{4}}=\frac{4}{5}$ 1
- $\text{rc}_k\cdot\text{rc}_l=\frac{4}{5}\cdot-\frac{4}{3}=-\frac{16}{15}$ 1
- ($\text{rc}_k\cdot\text{rc}_l\neq-1$, dus) k en l snijden elkaar niet loodrecht 1

of

- l snijdt de y-as in $C(0,5)$ 1
- Voor de y-coördinaat van punt A geldt $0^2+y^2=9$ dus $y_A=-3$ 1
- Voor de x-coördinaat van punt B geldt $0=-\frac{4}{3}x+5$ dus $x_B=\frac{15}{4}$ 1
- $AC^2=8^2=64$ 1
- $AB^2+BC^2=\left(3^2+\left(\frac{15}{4}\right)^2\right)+\left(\left(\frac{15}{4}\right)^2+5^2\right)=62\frac{1}{8}$ 1
- ($AB^2+BC^2\neq AC^2$ dus) k en l snijden elkaar niet loodrecht 1

of

- Voor de y-coördinaat van punt A geldt $0^2+y^2=9$ dus $y_A=-3$ 1
- Voor de x-coördinaat van punt B geldt $0=-\frac{4}{3}x+5$ dus $x_B=\frac{15}{4}$ 1
- Een vergelijking van de loodlijn door A op l is $y=\frac{3}{4}x-3$ 2
- Het snijpunt van deze lijn met de x-as is $(4,0)$ 1
- (dit snijpunt is niet punt B dus) k en l snijden elkaar niet loodrecht 1

Vraag	Antwoord	Scores

Experimenteren met bacteriën

3 maximumscore 4

- Bij $t = 0$ hoort $N = 10^1$ $(= 10)$ en bij $t = 8$ hoort $N = 10^7$ — 1
- De groeifactor per acht uur is $\frac{10^7}{10}$ $(= 10^6)$ — 1
- De groeifactor per minuut is $\left(\frac{10^7}{10}\right)^{\frac{1}{8 \cdot 60}}$ — 1
- De groeifactor per minuut is (ongeveer) 1,029, dit komt overeen met een toename per minuut van 2,9 (%) — 1

4 maximumscore 3

- De vergelijking $1{,}03^t = 2$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- ($t \approx 23{,}4$ dus) het gevraagde antwoord is 23 (min) — 1

Opmerkingen
Het antwoord 24 (min) ook goed rekenen.
Als een kandidaat met een eerder gevonden waarde voor de groeifactor rekent, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

5 maximumscore 4

- De vergelijking $84 = 100 \cdot 10^{-D}$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- $D \approx 0{,}0757$ — 1
- Aflezen bij $D \approx 0{,}0757$ in de figuur geeft (in miljoenen nauwkeurig) $1{,}6 \cdot 10^7$ bacteriën (of 16 miljoen bacteriën) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Twee functies met een wortel

6 maximumscore 8

- Uit $\sqrt{x}+\frac{1}{x}=3\sqrt{x}-\frac{3}{x}$ volgt $\frac{4}{x}=2\sqrt{x}$ 1
- (Beide kanten kwadrateren geeft) $\frac{16}{x^2}=4x$ 1
- Hieruit volgt $4x^3=16$, dus (voor de x-coördinaat van S geldt) $x^3=4$ (of $x=\sqrt[3]{4}$) 1
- $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$ 2
- Uit $f'(x)=0$ volgt $\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{x^2}$ 1
- Hieruit volgt $2\sqrt{x}=x^2$, dus $4x=x^4$ 1
- Dus (voor de x-coördinaat van de top geldt) $x^3=4$ (of $x=\sqrt[3]{4}$) (en dat geldt ook voor de x-coördinaat van S, dus S is een top van de grafiek van f) 1

of

- Uit $\sqrt{x}+\frac{1}{x}=3\sqrt{x}-\frac{3}{x}$ volgt $\frac{4}{x}=2\sqrt{x}$ 1
- Hieruit volgt $2x\sqrt{x}=4$ 1
- Hieruit volgt $x\sqrt{x}=2$ dus (voor de x-coördinaat van S geldt) $x=\sqrt[3]{4}$ 1
- $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$ 2
- $f'\left(\sqrt[3]{4}\right)=\frac{1}{2\sqrt{\sqrt[3]{4}}}-\frac{1}{\left(\sqrt[3]{4}\right)^2}$ 1
- Dit is te schrijven als $f'\left(\sqrt[3]{4}\right)=\frac{1}{4^{\frac{1}{2}}\cdot\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}}-\frac{1}{\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^2}$ 1
- Dus $f'\left(\sqrt[3]{4}\right)=\frac{1}{4^{\frac{1}{2}}\cdot 4^{\frac{1}{6}}}-\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}=\frac{1}{4^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}}}-\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}=\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}-\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}=0$ (dus in punt S geldt $f'(x)=0$, dus S is een top van de grafiek van f) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Speerwerpen

7 maximumscore 4

- De vergelijking $0,707 \cdot 25 \cdot t - 4,91 \cdot t^2 = 0$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- ($t = 0$ of) $t \approx 3,6$ (seconden) — 1
- ($t \approx 3,6$ en $b = 25$ invullen in formule (2) geeft) 64 (meter) — 1

8 maximumscore 4

- Substitutie van formule (3) in formule (1) geeft
  $h = 0,707 \cdot b \cdot \dfrac{d}{0,707 \cdot b} - 4,91 \cdot \left(\dfrac{d}{0,707 \cdot b}\right)^2$ — 1
- $h = d - 4,91 \cdot \left(\dfrac{d}{0,707 \cdot b}\right)^2$ — 1
- $h = d - 4,91 \cdot \dfrac{d^2}{0,707^2 \cdot b^2}$ — 1
- $4,91 \cdot \dfrac{1}{0,707^2} \approx 9,8$ dus geldt (bij benadering) $h = d - \dfrac{9,8 \cdot d^2}{b^2}$
  $(= d - \dfrac{9,8}{b^2} \cdot d^2)$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

9 **maximumscore 4**

- $h = d - \frac{9,8}{31,1^2}d^2$ ($\approx d - 0,01013d^2$) — 1
- $\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}d} = 1 - 2 \cdot \frac{9,8}{31,1^2} \cdot d$ ($\approx 1 - 0,02026d$) — 1
- Uit $1 - 2 \cdot \frac{9,8}{31,1^2}d = 0$ volgt $d \approx 49$ — 1
- (invullen in formule (4) geeft 24,7 dus) de gevraagde hoogte is 25 (m) — 1

of

- $h = d - \frac{9,8}{31,1^2}d^2$ ($\approx d - 0,01013d^2$) — 1
- $d_{top} = \frac{-1}{2 \cdot -0,01013} \approx 49$ — 2
- (invullen in formule (4) geeft 24,7 dus) de gevraagde hoogte is 25 (m) — 1

of

- $h = d - \frac{9,8}{31,1^2}d^2$ ($\approx d - 0,01013d^2$) — 1
- $h = 0$ geeft $d = 0$ of $d \approx 98,7$ — 1
- De top ligt dus bij $d = \frac{0 + 98,7}{2} \approx 49$ — 1
- (invullen in formule (4) geeft 24,7 dus) de gevraagde hoogte is 25 (m) — 1

of

- $h = 0,707 \cdot 31,1 \cdot t - 4,91 \cdot t^2$ — 1
- $\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = 0$ geeft $0,707 \cdot 31,1 - 2 \cdot 4,91 \cdot t = 0$ — 1
- Dit geeft $t \approx 2,2$ — 1
- (invullen in formule (1) geeft 24,6 dus) de gevraagde hoogte is 25 (m) — 1

Opmerking
Als gerekend is met een nauwkeuriger waarde dan 9,8 hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

10 **maximumscore 4**

- Er geldt:
  $(\text{werkelijk geworpen afstand})^2 = 8^2 + 92,58^2 - 2 \cdot 8 \cdot 92,58 \cdot \cos(28,65°)$ — 2
- Hieruit volgt dat de werkelijk geworpen afstand gelijk is aan 85,65 (m) — 1
- Het gevraagde verschil is 107 centimeter (of 1,07 meter) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Gebroken functies

11 maximumscore 4

- $f'(x) = -2(2x+3)^{-2}$ 2
- $f'(0) = \ (-2(2\cdot 0+3)^{-2} =)\ -\frac{2}{9}$ 1
- $f(0) = \frac{1}{3}$ (dus een vergelijking voor l is $y = -\frac{2}{9}x + \frac{1}{3}$) 1

Opmerking
Als de kettingregel niet of onjuist gebruikt is, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

12 maximumscore 6

- Een vergelijking van de lijn vanuit O loodrecht op l is $y = \frac{9}{2}x$ 1
- Er geldt $-\frac{2}{9}x + \frac{1}{3} = \frac{9}{2}x$ 1
- Hieruit volgt $x = \frac{6}{85}$ 1
- $\frac{9}{2}\cdot\frac{6}{85} = \frac{27}{85}$ (of $-\frac{2}{9}\cdot\frac{6}{85} + \frac{1}{3} = \frac{27}{85}$) (dus de coördinaten van het snijpunt van l met $y = \frac{9}{2}x$ zijn $\left(\frac{6}{85}, \frac{27}{85}\right)$) 1
- De afstand van l tot de oorsprong wordt gegeven door $\sqrt{\left(\frac{6}{85}\right)^2 + \left(\frac{27}{85}\right)^2}$ 1
- De afstand van l tot de oorsprong is $\frac{3}{85}\sqrt{85}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Vraag	Antwoord	Scores

13 **maximumscore 5**

- Er geldt $\frac{1}{2\sin(x)+3}=\frac{1}{4}$ 1
- Hieruit volgt ($2\sin(x)+3=4$ dus) $\sin(x)=\frac{1}{2}$ 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $x=\frac{1}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ of $x=\frac{5}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ (of: op het gegeven interval zijn de oplossingen $x=-1\frac{5}{6}\pi$, $x=-1\frac{1}{6}\pi$, $x=\frac{1}{6}\pi$ en $x=\frac{5}{6}\pi$) 1
- (De x-coördinaten van B en E zijn) $x_B=-1\frac{5}{6}\pi$ en $x_E=\frac{5}{6}\pi$ 1
- De gevraagde afstand is ($\frac{5}{6}\pi--1\frac{5}{6}\pi=$) $2\frac{2}{3}\pi$ 1

of

- Er geldt $\frac{1}{2\sin(x)+3}=\frac{1}{4}$ 1
- Hieruit volgt ($2\sin(x)+3=4$ dus) $\sin(x)=\frac{1}{2}$ 1
- Dus $x_D=\frac{1}{6}\pi$ en $x_E=\frac{5}{6}\pi$ 1
- Dan volgt $DE=\frac{2}{3}\pi$ 1
- Dus de gevraagde afstand BE is ($\frac{2}{3}\pi+2\pi=$) $2\frac{2}{3}\pi$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Kookpunt van water

14 **maximumscore 3**

- $\log(0,31) \approx -0,51$ 1
- Aangeven hoe in de figuur vanaf –0,51 op de verticale as de gevraagde temperatuur op de horizontale as kan worden afgelezen 1
- De gevraagde temperatuur is 69 (°C) 1

Opmerking
Als voor de temperatuur 68 of 70 (°C) is afgelezen, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

15 **maximumscore 3**

- ($T = 130$ geeft) $\log(p) \approx 0,419$ 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarde van p gevonden kan worden 1
- De gevraagde druk is 2,6 (bar) 1

16 **maximumscore 3**

- Uit $\log(p) = 5,68 - \frac{2120}{273+T}$ volgt $\frac{2120}{273+T} = 5,68 - \log(p)$ 1
- Hieruit volgt $273 + T = \frac{2120}{5,68 - \log(p)}$ 1
- Dus $T = \frac{2120}{5,68 - \log(p)} - 273$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Derdemachtswortel

17 maximumscore 4

- $f(0) = (\sqrt[3]{-27} =)\ -3$ (dus de coördinaten van A zijn $(0, -3)$) 1
- Uit $\sqrt[3]{9x-27} = 0$ volgt $9x - 27 = 0$ 1
- Hieruit volgt $x = 3$ (dus de coördinaten van B zijn $(3, 0)$) 1
- De richtingscoëfficiënt van k is dus $\frac{0 - -3}{3 - 0} = 1$ 1

18 maximumscore 6

- (f is te schrijven als) $f(x) = (9x-27)^{\frac{1}{3}}$ 1
- $f'(x) = 3 \cdot (9x-27)^{-\frac{2}{3}}$ (of een vergelijkbare vorm) 2
- De vergelijking $3 \cdot (9x-27)^{-\frac{2}{3}} = 1$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde x-coördinaten zijn $x_P = 2{,}42$ en $x_Q = 3{,}58$ 1

Opmerkingen
Als de x-coördinaten van P en Q verwisseld zijn, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
Als de kettingregel niet of onjuist gebruikt is, voor deze vraag maximaal 4 scorepunten toekennen.