6 Functies met een wortel

16. Je hebt de vergelijking $(x^2 - 11x + 28)\sqrt{x} = 0$. De oplossingen hiervan zijn $\sqrt{x} = 0$ en $x^2 - 11x + 28 = 0$. De eerste oplossing leidt tot $x = 0$, en de tweede oplossing geeft

$$(x-4)(x-7) = 0,$$

$$x = 4 \bigvee x = 7.$$

De x-coördinaten van de snijpunten zijn dus 0, 4 en 7.

17. Eerst schrijf je f_{28} in een makkelijk te differentiëren vorm:

$$f_{28}(x) = (x^2 - 11x + 28) \cdot x^{1/2}.$$

Nu bereken je de afgeleide. Let hierbij goed op de productregel.

$$\begin{aligned} f'_{28}(x) &= (2x-11) \cdot x^{1/2} + \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 11x + 28) \cdot x^{-1/2}, \\ &= (2x-11)\sqrt{x} + \frac{x^2 - 11x + 28}{2\sqrt{x}}, \\ &= \frac{4x^2 - 22x}{2\sqrt{x}} + \frac{x^2 - 11x + 28}{2\sqrt{x}}, \\ &= \frac{5x^2 - 33x + 28}{2\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

Je wilt nu weten voor welke x je hebt dat $f'_{28}(x) = 0$. Je krijgt dan

$$\frac{5x^2 - 33x + 28}{2\sqrt{x}} = 0,$$
$$5x^2 - 33x + 28 = 0,$$

$$x = \frac{33 - \sqrt{33^2 - 4 \cdot 5 \cdot 28}}{2 \cdot 5} \bigvee x = \frac{33 + \sqrt{33^2 - 4 \cdot 5 \cdot 28}}{2 \cdot 5},$$
$$x = 1 \bigvee x = 5\tfrac{3}{5}.$$

Van de twee toppen wil je de meest linker hebben. De x-coördinaat van A is dus 1. De y-coördinaat krijg je door $x = 1$ in te vullen in de formule voor f_{28}:

$$y = f_{28}(1) = (1^2 - 11 \cdot 1 + 28)\sqrt{1} = 18.$$

De coördinaten van A zijn dus $(1, 18)$.

18. De grafiek van c raakt de x-as als er precies twee oplossingen zijn van de vergelijking $f_c(x) = 0$. Een van de oplossingen van $(x^2 - 11x + c)\sqrt{x} = 0$ is $\sqrt{x} = 0$, de andere is $x^2 - 11x + c = 0$. De tweede van deze oplossingen

kan 0, 1 of 2 oplossingen geven. Hij geeft 1 oplossing (met dus een totaal aantal oplossingen van 2) als de discriminant gelijk is aan 0. Dit geeft:

$$\begin{aligned} D &= 0, \\ 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot c &= 0, \\ 4c &= 11^2 = 121, \\ c &= \frac{121}{4}. \end{aligned}$$