Toiletpapier

14 Je rekent eerst het volume van de hele rol uit, dus inclusief de lege binnencilinder.
Je gebruikt hiervoor de formule $V = \pi r^2 h$ waar
V het volume van de cilinder is, r de straal en h de hoogte.

Je krijgt dan dat het volume van de hele cilinder gelijk is aan

$$\pi \cdot 6{,}0^2 \cdot 10{,}0 = 360\pi \text{ cm}^3$$

Op dezelfde manier reken je uit dat het volume van de lege binnencilinder gelijk is aan

$$\pi \cdot 2{,}0^2 \cdot 10{,}0 = 40\pi \text{ cm}^3.$$

$$360\pi - 40\pi = 320\pi \text{ cm}^3$$

15 Uit de vorige opgave weet je dat het volume van het toiletpapier als de rol vol is gelijk is aan 320π cm^3.
De helft hiervan is 160π cm^3.
Het volume van de lege binnencilinder was 40π cm^3. Het volume van de halflege rol inclusief de binnencilinder is dus $160\pi + 40\pi = 200\pi$ cm^3. Je moet dus een cilinder vinden met straal r en hoogte 10,0 cm, die dat volume heeft.
Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$\pi \cdot r^2 \cdot 10{,}0 = 200\pi$$
$$r^2 = 20 \qquad r \approx 4{,}47 \qquad D \approx 8{,}9 \text{ cm}$$

Er is ook een negatieve oplossing van de vergelijking, maar de straal is natuurlijk niet negatief.

16 Eerst reken je uit wat v is als d = 12,0 cm.
Hiervoor moet je eerst de formule omschrijven. Ik begin door te kwadrateren:

$$d^2 = 4 \cdot (0{,}16v + 4{,}0) \quad \rightarrow \quad d^2 = 0{,}64v + 16{,}0$$

$$0{,}64v = d^2 - 16{,}0 \quad \rightarrow \quad v = \frac{d^2 - 16{,}0}{0{,}64}$$

Vul in: d = 12 cm: $\rightarrow \quad v = \dfrac{12{,}0^2 - 16{,}0}{0{,}64} = 200$

$$d^2 = 4 \cdot (0{,}16v + 4{,}0) \quad \rightarrow \quad d^2 = 0{,}64v + 16{,}0$$

Er zitten dus 200 vellen op een rol. Als elk vel 13,6 cm ofwel 0,136 m lang is betekent dit dat er een totaal van $0{,}136 \cdot 200 = 27{,}2$ m op een rol zit.

17 Je deelt eerst het pak op in stukken. Je hebt allereerst de bovenkant en de onderkant, die gelijk zijn in oppervlakte, en je hebt de zijkant. Nu ga ik eerst de oppervlakte van de bovenkant en de onderkant berekenen.
De bovenkant is opgebouwd uit een vierkant met zijde 12,0 cm en twee halve cirkels met straal 6,0 cm. De oppervlakte van de bovenkant is dus

$$12{,}0^2 + \pi \cdot 6{,}0^2 = 144{,}0 + 36{,}0\pi \text{ cm}^2.$$

Nu bereken ik de oppervlakte van de zijkant. Hiervoor bereken ik eerst de omtrek. Deze bestaat uit 2 rechte stukken van 12,0 cm en 2 halve cirkels met straal 6,0 cm.
De omtrek van het pak is dus

$$2 \cdot 12{,}0 + 2 \cdot 2\pi \cdot 6{,}0 = 24{,}0 + 24{,}0\pi \text{ cm}.$$

Je weet ook dat de hoogte gelijk is aan $2 \cdot 10{,}0 = 20{,}0$ cm, aangezien er twee rollen boven elkaar zitten. De oppervlakte van de zijkant is dus

$$20{,}0 \cdot (24{,}0 + 24{,}0\pi) = 480{,}0 + 480{,}0\pi \text{ cm}^2.$$

Nu kun je de totale oppervlakte van de verpakking berekenen. Dit is twee keer de bovenkant (de bovenkant is gelijk aan de onderkant) plus één keer de zijkant, dus

$$2 \cdot (144{,}0 + 36{,}0\pi) + 480 + 480\pi \approx 1748 \text{ cm}^2.$$