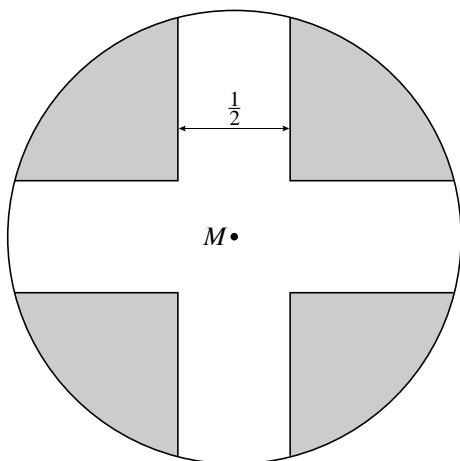


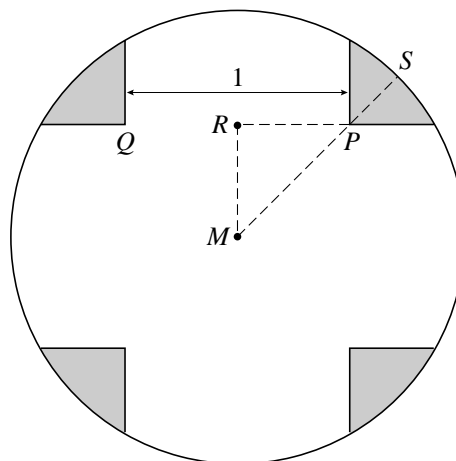
Kruis in cirkel

Gegeven is een cirkel met middelpunt M en straal 1. In deze cirkel is een kruis met vier even brede en even lange armen aangebracht. In de onderstaande figuren is dit kruis wit en zijn de vier vlakdelen die buiten het kruis en binnen de cirkel liggen grijs gemaakt. In figuur 1 is voor de breedte van de armen $\frac{1}{2}$ genomen en in figuur 2 is deze breedte 1. In figuur 2 is te zien welke punten P , Q en S genoemd worden. Het punt R is het midden van PQ .

figuur 1

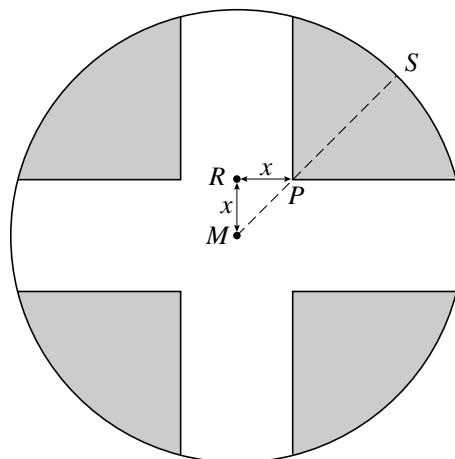


figuur 2



De breedte van de armen van het kruis kan variëren. Hierdoor varieert ook de plaats van de punten P en R . Als voor de breedte van de armen van het kruis $2x$ genomen wordt, betekent dit dat $MR = RP = x$. Zie figuur 3.

figuur 3



Er geldt $PS = 1 - x\sqrt{2}$.

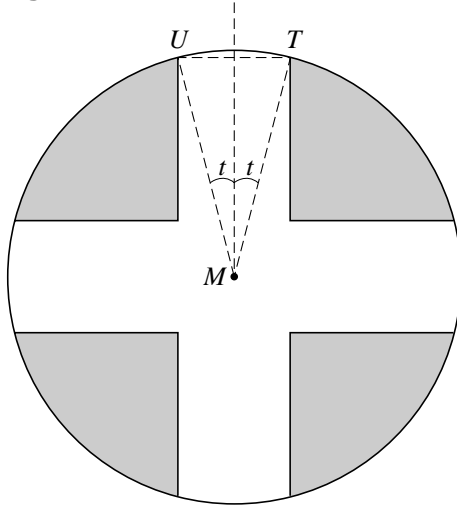
3p **16** Toon dit aan.

Als de breedte van de armen van het kruis toeneemt, komt het punt P dichterbij punt S te liggen. Er is een waarde van x waarvoor geldt $PS = 2 \cdot MP$.

3p **17** Bereken exact deze waarde van x .

In figuur 4 is te zien welke punten U en T genoemd worden. De breedte van de armen van het kruis kan ook veranderen door hoek UMT in grootte te variëren. De grootte van de helft van deze hoek in radialen noemen we t .

figuur 4

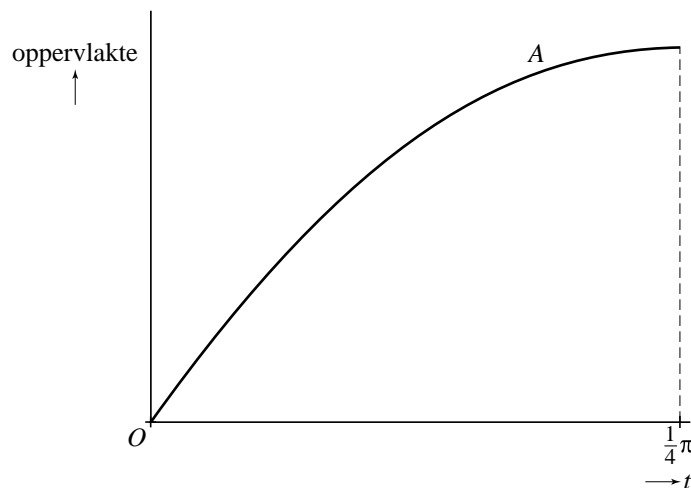


Als t verandert, dan verandert de oppervlakte A van het kruis ook. Er geldt:

$$A(t) = 4t + 2\sin(2t) + 2\cos(2t) - 2 \text{ met } 0 \leq t \leq \frac{1}{4}\pi$$

In figuur 5 is de grafiek van A geschetst. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 5



- 4p **18** De totale oppervlakte van de vier grijze delen hangt eveneens van t af. Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de grafiek die hoort bij de totale oppervlakte van de vier grijze delen. Licht je werkwijze toe.

- 5p **19** De helling van de grafiek van A neemt af van 8 bij $t=0$ tot 0 bij $t = \frac{1}{4}\pi$. Onderzoek met behulp van differentiëren of de helling van de grafiek van A halverwege het interval $[0, \frac{1}{4}\pi]$ gehalveerd is.

uitwerkbijlage

18

