Tetraëder van Bottrop

5. Eerst introduceer ik het punt E, dat precies in het midden van zijde AC ligt. $\angle TEC$ is dus een rechte hoek. Nu merk ik op dat omdat $\angle ACB = 60°$ en omdat CT deze hoek precies in tweeën deelt, geldt dat $\angle ACT = 30°$. Nu geldt in driehoek $\triangle CET$ dat $\cos \angle ECT = \frac{EC}{CT}$. Omdat E precies in het midden van AC ligt, en de lengte van AC gelijk is aan 60, is de lengte van EC gelijk aan 30. Als je dit invult in de formule krijg je:

$$\cos 30° = \frac{30}{CT}$$

Nu gebruik je $\cos 30° = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{30}{CT}$$

$$CT = \frac{60}{\sqrt{3}}$$

Als je dit uitrekent komt er inderdaad ongeveer 35 uit.

6. Ik noem M het punt in het grondvlak $\triangle ABC$ dat direct onder T ligt. Eerst kijk je naar de driehoek $\triangle CMT$. Deze driehoek bevat een rechte hoek, $\angle CMT$, dus de stelling van Pythagoras kan op deze driehoek worden toegepast. Deze zegt:

$$CM^2 + MT^2 = CT^2$$

Nu moet je niet de fout maken te denken dat de lengte van CT gelijk is aan 35. In de vorige opgave heb je dat weliswaar uitgerekend, maar daar ging het over de lengte van het bovenaanzicht van CT. De werkelijke lengte van CT is gelijk aan 60, aangezien de figuur een regelmatige tetraëder is met ribben van lengte 60 meter. De lengte van het bovenaanzicht van CT heb je echter wel nodig, dit is namelijk gelijk aan de lengte van CM. Als je deze twee lengtes invult in de stelling van Pythagoras krijg je het volgende:

$$35^2 + MT^2 = 60^2$$

Uit deze vergelijking kun je de hoogte van de tetraëer bepalen. Deze is gelijk aan MT.

$$MT^2 = 60^2 - 35^2$$

$$MT = \sqrt{60^2 - 35^2} \approx 49$$

De hoogte van de tetraëder is dus ongeveer 49 meter, en de betonnen pijlers waarop deze tetraëder staat hebben een hoogte van 9 meter. De totale hoogte van de uitkijktoren is dus gelijk aan $49 + 9 \approx 58$ meter.

7. Hier kun je een heleboel afkijken van figuur 3. Daar is een kleinere tetraëder binnen de hoofdstructuur getekend. Dit is gedaan door de middens van de ribben te markeren, vervolgens is er een regelmatige zeshoek met als hoekpunten die middens van de ribben erin getekend, en als laatste is er een zeshoekige ster met als hoekpunten de middens van de ribben in getekend. De opdracht hier is in feite hetzelfde, alleen dan met een andere

tetraëder waar de nieuwe tetraëder in moet komen. Je begint dus door de middens van de zijden CD, DE, CE, CU, DU en EU in te tekenen. Vervolgens teken je de zeshoek en de ster met zes punten, en dan heb je als het goed is dit: