

Water en zwaartekracht

16. Eerst reken je W uit. Er stroomt 10000 cm^3 in 2 minuten, oftewel 120 s, door de opening. Er stroomt dus $\frac{10000}{120} \approx 83,3 \text{ cm}^3/\text{s}$ door de opening. Nu reken je A uit. De diameter van de opening is 1,6 cm, dus de straal is $\frac{1}{2} \cdot 1,6 = 0,8 \text{ cm}$. De oppervlakte is gelijk aan π maal het kwadraat van de straal, oftewel $A = \pi \cdot 0,8^2 \approx 2,01 \text{ cm}^2$. Nu je W en A hebt, kun je v_1 berekenen met de gegeven formule.

$$v_1 = \frac{W}{A} = \frac{83,3}{2,01} \approx 41 \text{ cm/s}$$

17. Eerst vul je $l = 40 \text{ cm}$ in in de formule.

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 19,62 \cdot 40}$$

Nu bekijk je het geval dat $v_2 = 2v_1$, want je wilt weten voor welke v_1 de snelheid 40 cm onder de opening precies 2 keer zo groot is als bij de opening. Je vult dus in dat $v_2 = 2v_1$.

$$2v_1 = \sqrt{v_1^2 + 19,62 \cdot 40}$$

Nu moet je deze vergelijking oplossen voor v_1 . Eerst kwadrateer je aan beide zijden.

$$\begin{aligned} 4v_1^2 &= v_1^2 + 19,62 \cdot 40 \\ 3v_1^2 &= 19,62 \cdot 40 = 784,8 \\ v_1^2 &= \frac{784,8}{3} = 261,6 \\ v_1 &= \sqrt{261,6} \approx 16 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

Als de uitstroomsnelheid ongeveer 16 cm/s is is de snelheid 40 cm onder de opening dus 2 keer zo groot.

18. Eerst vervang je in vergelijking (1) A_1 en A_2 met behulp van vergelijkingen (2) en (3). Je krijgt dan het volgende.

$$v_1 \cdot \pi \cdot r_1^2 = v_2 \cdot \pi \cdot r_2^2$$

Nu schrijf je deze formule in de vorm $r_2^2 = \dots$, aangezien het gewenste eindantwoord ook in deze vorm staat.

$$r_2^2 = \frac{v_1 \cdot r_1^2}{v_2}$$

Als laatste gebruik je formule (4) om v_2 door $\sqrt{v_1^2 + 19,62 \cdot l}$ te vervangen.

$$r_2^2 = \frac{v_1 \cdot r_1^2}{\sqrt{v_1^2 + 19,62 \cdot l}}$$

Dit is precies de gevraagde formule.

19. Je vult in de formule de gegevens die in de opgave staan in, dus $r_1 = 2,0$ cm, $r_2 = 1,6$ cm en $v_1 = 18$ cm/s. Je krijgt dan de volgende vergelijking:

$$1,6^2 = \frac{18 \cdot 2,0^2}{\sqrt{18^2 + 19,62 \cdot l}}$$

Nu kun je uit deze vergelijking l uitrekenen. Deze l is dan de minimale afstand tussen de opening van de kraan en de opening van het flesje waarbij geen water verspild wordt.

$$2,56 = \frac{72}{\sqrt{324 + 19,62 \cdot l}}$$

Nu kun je kruislings vermenigvuldigen.

$$2,56 \cdot \sqrt{324 + 19,62 \cdot l} = 72$$

$$\sqrt{324 + 19,62 \cdot l} = \frac{72}{2,56} = 28,125$$

$$324 + 19,62 \cdot l = 28,125^2 = 791,016$$

$$19,62 \cdot l = 791,016 - 324 = 467,016$$

$$l = \frac{467,016}{19,62} \approx 23,8 \text{ cm}$$

De minimale afstand is dus 24 cm. Hier moest ik sowieso naar boven afronden, maar merk op dat je hier altijd naar boven had moeten afronden, aangezien het hier om de minimale afstand gaat. Naar beneden afronden is bij een dergelijke opgave altijd een slecht idee.