5 Gebroken functie met rechthoek

12. Je hebt de y-coördinaat van B, maar om de omtrek van $OABC$ uit te kunnen rekenen heb je ook de x-coördinaat nodig. B ligt op de grafiek van f. Daarom kun je, omdat je de y-coördinaat hebt, de x-coördinaat uitrekenen.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{4}{3} \\ \frac{1}{x} + 1 &= \frac{4}{3} \\ \frac{1}{x} &= \frac{1}{3} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

De zijden OC en AB zijn beide gelijk aan de x-coördinaat van B, oftewel 3. De zijden OA en BC zijn beide gelijk aan de y-coördinaat van B, oftewel $\frac{4}{3}$. De omtrek van $OABC$ wordt dan $2 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{4}{3} = 6 + 2\frac{2}{3} = 8\frac{2}{3}$.

13. De oppervlakte van de rechthoek S is gelijk aan de x-coördinaat van B maal de y-coördinaat van B, oftewel:

$$\begin{aligned} S &= b \cdot \left(\frac{1}{b} + 1\right) \\ S &= 1 + b \end{aligned}$$

In de opgave staat dat de grafiek van f alleen gegeven is voor $x > 0$. Dit betekent dat omdat b op de grafiek ligt, b nooit negatief kan worden. Dan kan S dus ook nooit kleiner dan 1 worden.

14. Als de raaklijn een richtingscoëfficiënt van $-\frac{1}{2}$ heeft heeft de grafiek daar ook een richtingscoëfficiënt van $-\frac{1}{2}$. Je wilt dus uitrekenen voor welke x de grafiek een richtingscoëfficiënt van $-\frac{1}{2}$ heeft. Om dat uit te rekenen bereken je eerst de afgeleide.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x} + 1 \\ f(x) &= x^{-1} + 1 \\ f'(x) &= -x^{-2} \\ f'(x) &= -\frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

Nu reken je uit wanneer $f'(x) = -\frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{x^2} &= -\frac{1}{2} \\ x^2 &= 2 \\ x = \sqrt{2} \bigvee x &= -\sqrt{2} \end{aligned}$$

Omdat $x > 0$ voldoet de tweede oplossing niet. De x-coördinaat van B in deze situatie is dus $\sqrt{2}$.