3 Product van twee sinusoïden

8. Je begint met differentiëren. Hoe je het precies in de gevraagde vorm moet schrijven maak je je dan wel druk over. Denk er wel aan dat je de productregel gebruikt.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2\sin(x)\cdot(1+\sin(x)) \\ f'(x) &= 2\cos(x)\cdot(1+\sin(x)) + 2\sin(x)\cdot\cos(x) \\ f'(x) &= 2\cos(x) + 2\cos(x)\cdot\sin(x) + 2\sin(x)\cdot\cos(x) \\ f'(x) &= 2\cos(x) + 4\sin(x)\cdot\cos(x) \\ f'(x) &= 2\cos(x)\,(1+2\sin(x)) \end{aligned}$$

9. De functie heeft maxima waar de afgeleide gelijk is aan 0.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ 2\cos(x)\,(1+2\sin(x)) &= 0 \\ 2\cos(x) = 0 \bigvee 1 + 2\sin(x) &= 0 \\ \cos(x) = 0 \bigvee \sin(x) &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Omdat het domein beperkt is zijn er maar twee oplossingen:

$$x = \frac{1}{2}\pi \bigvee x = 1\frac{1}{6}$$

Deze oplossingen vul je vervolgens in in de formule voor f om het minimum en het maximum te krijgen:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{2}\pi\right) &= 2\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)\cdot\left(1+\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)\right) \\ f\left(\frac{1}{2}\pi\right) &= 2\cdot 1\cdot(1+1) \\ f\left(\frac{1}{2}\pi\right) &= 4 \end{aligned}$$

Nu vul je $1\frac{1}{6}\pi$ in:

$$\begin{aligned} f\left(1\frac{1}{6}\pi\right) &= 2\sin\left(1\frac{1}{6}\pi\right)\cdot\left(1+\sin\left(1\frac{1}{6}\pi\right)\right) \\ f\left(1\frac{1}{6}\pi\right) &= 2\cdot -\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right) \\ f\left(1\frac{1}{6}\pi\right) &= -1\cdot\frac{1}{2} \\ f\left(1\frac{1}{6}\pi\right) &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Je hebt dus het minimum $-\frac{1}{2}$ en het maximum 4.