

Meer dan één prijs ...

Hoe zou je het vinden om met één lot twee auto's tegelijk te winnen? Dit overkwam een zekere Antonio Gallardo in 1982 bij de Quebec Super Lotto in Canada. Puur geluk? Ongetwijfeld, maar het zou heel goed nog eens kunnen gebeuren.



De Quebec Super Lotto verloot aan het eind van elk jaar 500 auto's als bonusprijzen. In 1982 waren er 2,4 miljoen loten verkocht, elk met een uniek nummer. Om de winnaars te bepalen, trekt de computer 500 maal een nummer uit de 2,4 miljoen lottonummers zonder erop te letten of een nummer al getrokken is. De lijst van 500 winnende nummers wordt in de krant gezet. Antonio Gallardo, die slechts één lot gekocht had, had de moeite genomen alle nummers na te lopen en had daarbij zijn eigen nummer tweemaal aangetroffen. Dubbel prijs!

Telkens wanneer de computer een nummer trekt, is de kans $\frac{1}{2\,400\,000}$ dat het Antonio's nummer is. Deze kans is dus zéér klein. Als de computer 500 keer een nummer trekt, kun je de kans berekenen dat Antonio's nummer twee of meer keer getrokken wordt.

4p **15** Bereken deze kans.

In het vervolg van deze opgave gaan we nader op de trekking in. Het is mogelijk dat er lottonummers zijn die twee of meer keer worden getrokken. Om de kans daarop te bepalen, berekenen we in eerste instantie een andere kans, namelijk de kans dat alle getrokken nummers verschillend zijn. Dat doen we aan de hand van een eenvoudiger voorbeeld.

Stel je voor dat een computer uit een lijst van 100 verschillende lottonummers vijfmaal een nummer trekt, zonder erop te letten of dit nummer al eerder getrokken is.

De kans dat alle getrokken nummers verschillend zijn, is ongeveer 0,9035.

3p **16** Toon dit met een berekening aan.

De kans dat alle getrokken nummers verschillend zijn, is ook voor andere situaties te berekenen. Een formule die een goede benadering geeft van deze kans is

$$p = 0,6065^{\binom{1}{n} \cdot (x^2 - x)}$$

In deze formule is n het totaal aantal lottonummers, x het aantal keren dat de computer een nummer trekt en p de kans dat alle getrokken lottonummers verschillend zijn.

We bekijken nog eens de situatie met 100 lottonummers waarbij de computer vijfmaal een nummer trekt.

- 4p **17** Bereken voor deze situatie hoeveel de kans p die met de formule berekend wordt, afwijkt van de werkelijke kans.
- 4p **18** Bereken met behulp van de formule hoe groot de kans is dat in een situatie als de Quebec Super Lotto van 1982 op een of meer lottonummers twee of meer keer een prijs valt.