

Buffet per kilo

In Brazilië vind je op plaatsen waar veel mensen snel willen eten restaurants van het type 'buffet per kilo'. Bij zo'n restaurant schep je zelf je bord vol aan een buffet. Je neemt waar je zin in hebt.

Bij de kassa staat een weegschaal. Daar zet je het bord op. De weegschaal meet dan het totale gewicht.

Van dit totale gewicht trekt de weegschaal het gewicht van het bord af. Je betaalt alleen voor het eten dat op je bord ligt. Het maakt dus niet uit of je je bord vol scheidt met vlees of met salade.

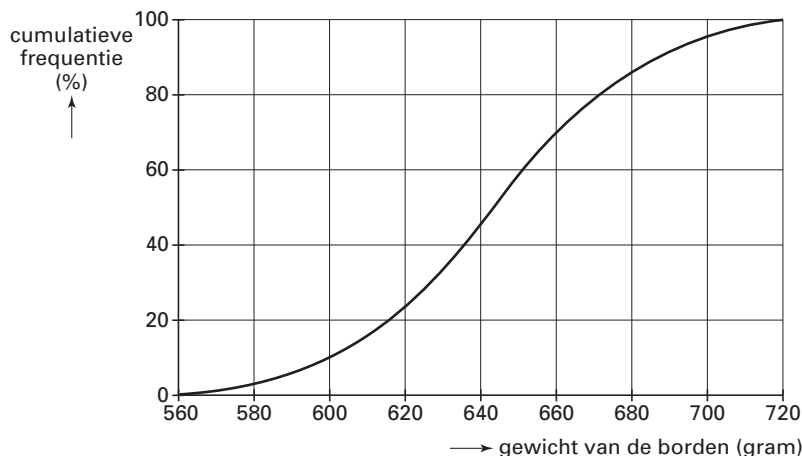
Dit systeem werkt simpel en snel. Het eten in zo'n restaurant is meestal goedkoop en goed.

foto



De borden hebben niet alle hetzelfde gewicht. De leverancier van de borden in het restaurant beweerde dat de onderstaande cumulatieve frequentiepolygoon een goed beeld van het gewicht van zijn borden gaf. Zie figuur 1.

figuur 1



- 3p 1 Hoeveel procent van de borden van deze leverancier was zwaarder dan 660 gram? Licht je antwoord toe.

De restauranthouder heeft nieuwe borden gekocht. Ook deze borden hebben niet alle hetzelfde gewicht. Het gewicht van deze borden is normaal verdeeld met een gemiddelde van 645 gram en een standaardafwijking van 43 gram.

- 3p 2 Hoeveel procent van de borden heeft een gewicht groter dan 700 gram? Licht je antwoord toe.

Voor de restauranthouder is het natuurlijk het meest eerlijk als de weegschaal het gemiddelde gewicht van de borden van het totale gewicht aftrekt. Dat heeft als nadeel dat de helft van de klanten teveel betaalt: hun bord is zwaarder dan het gemiddelde gewicht van de borden. Zoveel ontevreden klanten wil de eigenaar niet hebben.

De eigenaar wil dat slechts 15% van de nieuwe borden zwaarder is dan het gewicht dat de weegschaal aftrekt.

- 4p 3 Bereken hoeveel gram de weegschaal dan moet aftrekken van het totale gewicht. Geef je antwoord als een geheel getal.

■ Sparen, sparen of sparen

Nederland is een echt spaarland. Jaarlijks worden er miljarden euro's gestort op spaarrekeningen.

Er zijn verschillende soorten spaarrekeningen. In deze opgave bekijken we er drie: de groeirekening, de depositorekening en de renteklimrekening.

We storten op elk van de drie spaarrekeningen een bedrag van 10 000 euro dat voor een periode van 10 jaar op de spaarrekening blijft staan.

Groeirekening

De groeirekening is de bekendste soort. Het rentepercentage op deze rekening is 3,5% per jaar.

Het is een 'rente op rente'-rekening: na een jaar wordt de rente bijgeschreven op de rekening, zodat het volgende jaar rente wordt berekend over een hoger bedrag, enzovoort.

Na elk jaar wordt het bedrag op de rekening dus hoger. Het bedrag G dat na t jaar op de groeirekening staat, kun je berekenen met de formule:

$$G = 10000 \cdot 1,035^t$$

Het bedrag op de groeirekening is na 10 jaar nog niet verdubbeld. Maar als je de rekening nog langer laat doorlopen, komt er een jaar dat het bedrag op de rekening voor het eerst twee keer zo hoog is geworden. Het bedrag is dan zelfs nog iets hoger dan 20 000 euro.

- 4p 4 Bereken na hoeveel jaar dat is.

Depositorekening

De depositorekening is een spaarrekening met een rentepercentage van 4,0% per jaar.

De rente over elk jaar is 400 euro. Dat bedrag wordt steeds bijgeschreven op een aparte betaalrekening. Op de betaalrekening krijg je geen rente, zodat het bedrag op de betaalrekening lineair toeneemt.

Een rente van 4,0% lijkt gunstiger dan een rente van 3,5%. Toch heb je na tien jaar bij de depositorekening in totaal minder rente gekregen dan bij de groeirekening.

Een bank introduceert een nieuwe depositorekening die in tien jaar evenveel rente oplevert als de groeirekening.

- 4p 5 Bereken het rentepercentage per jaar van die nieuwe depositorekening. Geef je antwoord in één decimaal.

Renteklimrekening

De renteklimrekening is een soort depositorekening. Ook hier wordt jaarlijks de rente bijgeschreven op een aparte betaalrekening die geen rente oplevert.

Bij de renteklimrekening wordt het rentepercentage elk jaar hoger.

In tabel 1 kun je aflezen welke bedragen er na t jaar sparen op de renteklimrekening R en op de betaalrekening B staan.

tabel 1

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
B	0	300	615	950	1310	1700	2130	2615	3165	3775	4475

In de onvolledige tabel 2 staan de rentepercentages voor het t -de jaar.

tabel 2

t -de jaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
rentepercentage	3,00	3,15	3,35	3,60	3,90	4,30				

- 3p 6 Bereken het rentepercentage voor het 7e jaar. Geef je antwoord in twee decimalen.

De renteklimrekening geeft in tien jaar 4475 euro rente. Wat dit betreft is het de beste van de drie spaarrekeningen. De groeirekening is de op een na beste.

- 5p 7 Bereken het rentepercentage per jaar dat een groeirekening moet hebben om in 10 jaar 4475 euro rente te geven. Geef je antwoord in twee decimalen.

Het verdelen van de pot

Alex (A) en Benno (B) spelen een spel tegen elkaar over een aantal ronden. De winnaar van een ronde krijgt een punt. De verliezer doet twee euro in de pot. Degene die het eerst zes punten heeft, wint het spel en krijgt de inhoud van de pot.

Ze hebben het spel al vaak gespeeld en zijn er even goed in. Ze hebben beiden in elke ronde een kans van $\frac{1}{2}$ om die ronde te winnen.

- De laatste keer hebben ze het spel moeten afbreken bij een stand van 5–4 voor Alex.
- 3p 8 □ Op hoeveel manieren kan de stand van 5–4 worden bereikt? Licht je antwoord toe.

Als het spel voortijdig wordt afgebroken, moet het geld dat dan in de pot zit tussen Alex en Benno worden verdeeld. De verdeling gebeurt volgens de verhouding van de kansen van de spelers om het hele spel te winnen. Degene die op het moment van afbreken vóór staat, heeft een grotere kans om het hele spel te winnen en daardoor recht op een groter deel van de pot. Als Alex op het moment van afbreken bijvoorbeeld kans $\frac{5}{8}$ heeft om het hele spel te winnen, krijgt hij $\frac{5}{8}$ deel van de pot en Benno dus $\frac{3}{8}$ deel.

- Bij de stand 5–4 zijn er voor Alex twee mogelijkheden om het hele spel te winnen:
- Alex wint de eerstvolgende ronde en daarmee het spel, omdat het dan 6–4 is;
 - Benno wint eerst een ronde, het staat dan 5–5, en daarna wint Alex en wordt het 6–5.
- 4p 9 □ Toon aan dat Alex 13,50 euro krijgt als het spel wordt afgebroken bij de stand 5–4 voor Alex.

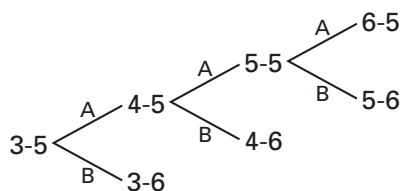
Het komt wel vaker voor dat een spel voortijdig wordt afgebroken.

Zo was het in de kerstvakantie een keer 3–5 in het voordeel van Benno op het moment van afbreken.

Benno doorziet de situatie en tekent het volgende boomdiagram (zie figuur 2):

figuur 2

De mogelijke verlopen vanaf een tussenstand van 3–5



- Benno zegt: “Bij de stand 3–5 win ik altijd de pot, behalve als Alex drie ronden achter elkaar wint.”
- 3p 10 □ Toon aan dat Benno bij de stand 3–5 een kans van $\frac{7}{8}$ heeft om het spel te winnen.

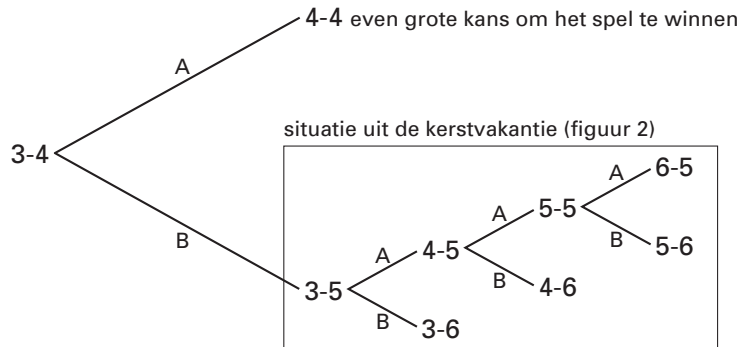
Eindexamen wiskunde A 1-2 havo 2004-II

havovwo.nl

Benno vraagt zich ook af hoe de pot moet worden verdeeld als er bij een stand van 3–4 wordt afgebroken. Het uitrekenen hiervan lijkt lastiger.

Benno tekent weer een boomdiagram om de situatie te verduidelijken. Hij redeneert daarbij als volgt: “Als ik de volgende ronde win, is de situatie precies hetzelfde als die in de kerstvakantie, want dan is de stand 3–5. Maar als Alex de volgende ronde wint, staan we gelijk, want dan is het 4–4. We hebben dan ieder een kans van $\frac{1}{2}$ om het spel te winnen.” Zie het boomdiagram in figuur 3.

figuur 3



- 4p 11 □ Bereken welk bedrag Benno uit de pot moet krijgen als ze het spel afbreken bij de stand 3–4.

■ Tienkamp en zevenkamp

Bij atletiek houdt men zich bezig met hardlopen, hoogspringen, speerwerpen, enzovoort. Voor veelzijdige atleten is er bij mannen de tienkamp en bij vrouwen de zevenkamp. Daarbij doen de deelnemers aan tien, respectievelijk zeven onderdelen mee. Iedere prestatie wordt omgerekend in punten.

- De looponderdelen zijn: hardlopen over verschillende afstanden en hordelopen. De prestatie, de benodigde tijd, wordt in seconden weergegeven. Hoe korter de tijd, hoe meer punten.
- De springonderdelen zijn: verspringen, hoogspringen en voor de mannen ook polsstokhoogspringen. De prestatie, de gesprongen afstand of hoogte, wordt in centimeters weergegeven. Hoe groter de afstand of hoogte, hoe meer punten.
- De werponderdelen zijn: kogelstoten, speerwerpen en voor de mannen ook discuswerpen. De prestatie, de gegooide afstand, wordt in meters weergegeven. Hoe groter de afstand, hoe meer punten.

Degene die in totaal de meeste punten heeft behaald, wint de tienkamp of zevenkamp. Om het aantal punten voor een atleet te berekenen, gebruikt men de volgende formules:

- voor de looponderdelen: $aantal\ punten = a \cdot (b - M)^c$

- voor de spring- en werponderdelen: $aantal\ punten = a \cdot (M - b)^c$

Hierin is M de prestatie bij een onderdeel.

Bij elk onderdeel horen andere positieve waarden voor a , b en c .

De uitkomsten van de formules worden altijd *naar beneden afgerond op een geheel getal*.

Tussen de haakjes zijn de formules voor de looponderdelen anders van vorm dan de formules voor de spring- en werponderdelen: $(b - M)$ is anders dan $(M - b)$.

- 3p 12 Waarom zijn bij de looponderdelen en bij de spring- en werponderdelen formules van verschillende vorm nodig?

De formule voor de mannen bij de 400 meter hardlopen luidt:

$$aantal\ punten = 1,53775 \cdot (82 - M)^{1,81}$$

Een tienkamper loopt de 400 meter in 68,15 seconden.

- 5p 13 Onderzoek of hij meer punten behaalt als hij 0,04 seconde sneller loopt.

Eindexamen wiskunde A 1-2 havo 2004-II

De atleten van de tienkamp en zevenkamp zijn vooral veelzijdig. Zij blinken zelden uit in één van de onderdelen. Tijdens de tienkamp en de zevenkamp wordt dan ook nooit een wereldrecord op een onderdeel gevestigd.

Het wereldrecord verspringen bijvoorbeeld wordt verbeterd wanneer verspringen een apart onderdeel is, want dan doen de echte specialisten mee.

De formules om een prestatie bij verspringen om te rekenen naar tien/zevenkamppunten zijn:

- mannen: $aantal\ punten = 0,14354 \cdot (M - 220)^{1,40}$
- vrouwen: $aantal\ punten = 0,188807 \cdot (M - 210)^{1,41}$

Hierin is M de gesprongen afstand in centimeters.

Het wereldrecord verspringen bij de mannen is 895 cm. Daarbij hoort een bepaald aantal punten. Als je het wereldrecord verspringen bij de vrouwen ook omrekent in tien/zevenkamppunten, dan blijkt dat de uitkomst bij de vrouwen precies één punt meer is dan bij de mannen.

- 5p **14** Bereken het wereldrecord verspringen bij de vrouwen. Geef je antwoord in hele centimeters.

Kroketten in de kantine

Op veel scholen worden er in de kantine kroketten verkocht.

Een leverancier van kroketten heeft voor de beheerder van een kantine uitgezocht dat voor de verkoop van de kroketten in de kantine de volgende formules gelden:

$$TO = 70 \cdot q$$

$$TK = 1,1 \cdot q^{1,65} + 1830$$

Hierin is:

- TO de totale opbrengst in eurocent per dag;
- TK de totale kosten in eurocent per dag;
- q het aantal verkochte kroketten per dag.

- 5p **15** Stel een formule op voor de afgeleide van TK , bereken de waarde van de afgeleide bij 300 verkochte kroketten en leg uit wat de betekenis is van dit getal.

Er worden in de kantine maximaal 400 kroketten per dag verkocht.

De winst kun je berekenen met de formule $W = TO - TK$.

- 3p **16** Bereken de winst als er op een dag 200 kroketten worden verkocht. Rond het antwoord af op gehele euro's.

Er is een minimum aantal kroketten dat per dag verkocht moet worden om op de verkoop van de kroketten geen verlies te lijden.

- 3p **17** Bereken hoeveel kroketten er per dag minstens verkocht moeten worden.

Hoewel de kantinebeheerder niet naar maximale winst streeft, is hij toch nieuwsgierig naar het aantal verkochte kroketten waarbij de winst maximaal is.

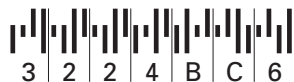
- 4p **18** Bij welk aantal is dit het geval? Licht je antwoord toe.

KIX

De KIX (KlantIndeX) is een streepjescode die gebruikt wordt om post machinaal te sorteren. Steeds meer bedrijven drukken op poststukken onder het adres de KIX af. Deze bedrijven krijgen daarvoor een korting op de verzendkosten.

Een adres wordt in Nederland volledig bepaald door de postcode en het huisnummer. De KIX bestaat daarom uit 4 cijfers en 2 letters voor de postcode en daarachter het aantal cijfers dat nodig is voor het huisnummer. In figuur 4 zie je twee voorbeelden van een KIX.

figuur 4

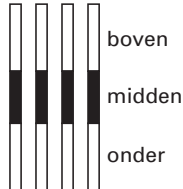


In figuur 4 staan als voorbeeld de KIX van postcode 3224 BC met huisnummer 6 en van postcode 3224 BC met huisnummer 108.

In de KIX heeft elk cijfer en elke letter een eigen symbool. Er wordt daarbij geen onderscheid gemaakt tussen hoofdletters en kleine letters. De letters B en b krijgen dus hetzelfde symbool.

Elk symbool bestaat uit vier verticale strepen. Zie figuur 5.

figuur 5



Het middelste stuk van elke streep is altijd zwart. Boven zijn er vier stukken en onder zijn er vier stukken. Elk van die acht stukken kan wit of zwart zijn. Zo zijn er veel verschillende symbolen te maken waarbij het niet uitmaakt hoeveel van de vier bovenste en de vier onderste stukken zwart zijn gemaakt.

4p 19 Bereken het aantal verschillende symbolen dat op die manier is te maken.

Bij een KIX-symbool zijn er van de vier bovenste stukken precies twee zwart. Ook van de vier onderste stukken zijn er precies twee zwart.

Bijvoorbeeld: de 3 heeft symbool , de B (of b) heeft symbool .

Zoals je bij de laatste streep van de 3 ziet, mag een streep ook helemaal zwart zijn, als er maar in totaal twee stukken *boven* en twee stukken *onder* zwart zijn.

4p 20 Hoeveel verschillende KIX-symbolen zijn er op deze manier te maken? Licht je antwoord toe.

Bij elk adres hoort een huisnummer. Huisnummers beginnen nooit met een 0.

Bij sommige adressen komt er na het huisnummer een toevoeging, zoals bij het huisnummer 6A. Soms staat er zelfs een heel woord bij: 73 boven. Bij zo'n toevoeging wordt de KIX na het huisnummer aangevuld met eerst de letter X en daarna de letter(s) en/of cijfer(s) die nodig zijn voor de toevoeging.

Eindexamen wiskunde A 1-2 havo 2004-II

havovwo.nl

De KIX is door het huisnummer (zie figuur 4) en door een eventuele toevoeging niet altijd even lang. We vatten dit samen in tabel 3.

tabel 3

<i>altijd</i>		<i>soms</i>	
<i>postcode</i>	<i>huisnummer</i>	<i>het scheidingsteken</i>	<i>een toevoeging</i>
4 cijfers en 2 letters	maximaal 5 cijfers	X	maximaal 6 tekens (letters en/of cijfers)
vaste lengte	variabele lengte	vaste lengte	variabele lengte

In figuur 6 staan twee voorbeelden van een KIX met 9 symbolen:

figuur 6

bij het adres: Dorsvlegel 108, 3224 BC HELLEVOETSLUIS

hoort KIX: 3224BC108

in symbolen: 

bij het adres: Wethouder Hekkingstraat 9A, 1234 HV JUINEN

hoort KIX: 1234HV9XA

in symbolen: 

De postcode 6801 MG vormt het begin van een KIX van 9 symbolen. Er zijn aan de 6 symbolen van de postcode dus nog 3 symbolen toegevoegd.

- 6p 21 Hoeveel verschillende mogelijkheden zijn er om bij postcode 6801 MG een correcte KIX van 9 symbolen te maken? Licht je antwoord toe.